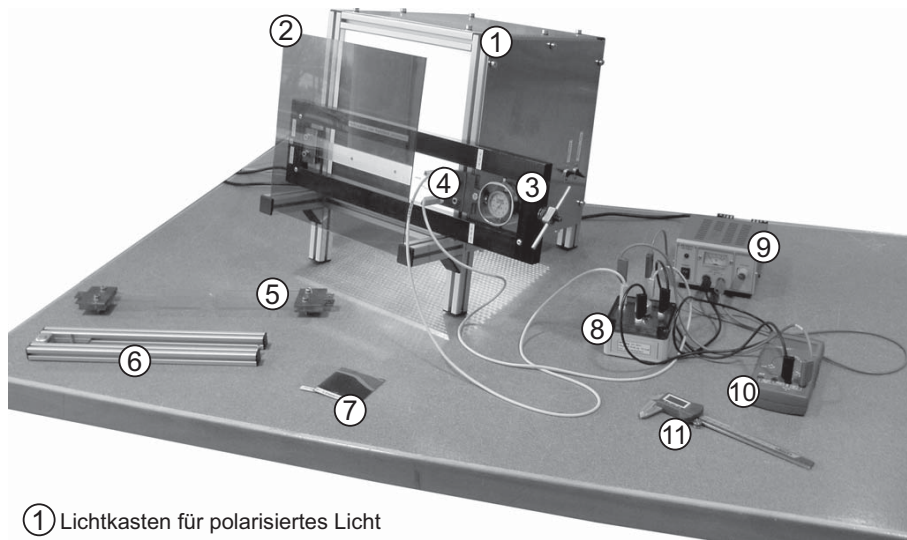


# 8 Dehnung und mechanische Spannung

In diesem Versuch werden exemplarisch einige grundlegende Untersuchungen durchgeführt, die sich mit der elastischen Dehnung und mit mechanischer Spannung beschäftigen. Dazu wird die Dehnung eines Probekörpers mit Hilfe einer direkten Längenmessung analysiert sowie die Anwendung eines Dehnungsmessstreifens demonstriert. Mit der Methode der Spannungsoptik kann der mechanische Spannungszustand im Material auf anschauliche Weise untersucht werden.



- ① Lichtkasten für polarisiertes Licht
- ② Analysatorscheibe (abnehmbar)
- ③ Belastungsrahmen mit Ringkraftmesser
- ④ Zugprobe mit Dehnungsmessstreifen
- ⑤ Zugprobe mit Kerben
- ⑥ Klemmvorrichtung mit Untersuchungsobjekt
- ⑦ Polarisationsfilter,  $\lambda/2$ -Plättchen
- ⑧ Wheatstonesche Brücke
- ⑨ Netzgerät
- ⑩ Digitalmultimeter
- ⑪ Digitalmessschieber

## 8.1 Grundlagen

### 8.1.1 Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung: Der Elastizitätsmodul

Wird auf einen Körper (z.B. ein mechanisches Bauteil) eine Kraft ausgeübt, so reagiert der Körper dadurch, dass er sich dehnt (bei Zugkräften) oder gestaucht wird (bei Druckkräften). Ist die wirkende Kraft nicht zu groß, so reagiert der Körper elastisch, wobei (bei idealem Verhalten) die Dehnung (bzw. Stauchung) direkt proportional zur wirkenden Kraft ist, das heißt der Körper verhält sich wie eine ideale Feder. Allerdings wird bei einem Körper die relative Längenänderung im Vergleich zur Feder nur sehr klein sein. Das elastische Verhalten wird durch das Hooksche Gesetz beschrieben:

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad (8.1)$$

Die wirkende Kraft  $F$  soll sich dabei gleichmäßig auf die Querschnittsfläche  $A$  verteilen (siehe Abbildung 8.1), aus der Dehnung (Stauchung) resultiert die relative Längenänderung  $\Delta L/L$ . Als Proportionalitätskonstante tritt dabei eine von der Geometrie unabhängige Materialkonstante, der sogenannte Elastizitätsmodul  $E$  auf. Die Größe  $\sigma = F/A$  wird dabei als mechanische Spannung bezeichnet und hat die Einheit des Drucks. Für die relative Längenänderung führt man die Bezeichnung  $\epsilon = \Delta L/L$  ein. Die Beziehung 8.1 vereinfacht sich dann zu<sup>1</sup>:

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad \text{bzw.} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (8.2)$$

Da  $\epsilon$  dimensionslos ist hat der Elastizitätsmodul, ebenfalls wie die mechanische Spannung, die Dimension des Drucks und wird häufig in der Einheit  $\text{MPa} = 10^6 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ N/mm}^2$  oder  $\text{GPa} = 10^3 \text{ N/mm}^2$  angegeben. Je größer der Elastizitätsmodul ist, umso steifer ist ein Material.

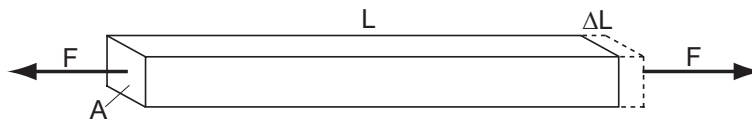


Abbildung 8.1: Dehnung eines Körpers aufgrund mechanischer Zugspannung

Mit der Dehnung in Krafrichtung ist im Allgemeinen auch eine Querkontraktion verbunden, da das Körpervolumen nicht im gleichen Maße zunimmt wie die Längendehnung. Dieser Effekt ist in Abbildung 8.1 allerdings nicht dargestellt.

Mikroskopisch ist die beobachtete Dehnung darauf zurückzuführen, dass die Bindungen zwischen den Atomen bzw. Molekülen des Festkörpers nicht starr sind, sondern ebenfalls eine Elastizität aufweisen. In folgender Tabelle sind einige Elastizitätsmoduln aufgeführt.

Material	Elastizitätsmodul (GPa)
Aluminium	70
Kupfer	120
Stahl	210
Glas	70
Polycarbonat	2,4

### 8.1.2 Ebener Spannungszustand

Die im vorigen Abschnitt beschriebene und in Abbildung 8.1 dargestellte Situation stellt einen Spezialfall, nämlich den einachsigen Spannungszustand dar. Bei diesem gibt es nur eine Spannungsrichtung und die Spannung ist über den Querschnitt hinweg konstant.

Im allgemeinen Fall hat man es mit in allen drei Raumrichtungen komplex geformten Körpern zu tun, die einer Vielzahl von Kräften mit unterschiedlichen Angriffspunkten und Richtungen ausgesetzt sind. Der Spannungszustand in jedem Punkt des Körpers wird dann vollständig durch den Spannungstensor ( $3 \times 3$ -Matrix) beschrieben.

Im Rahmen dieses Versuchs wollen wir uns jedoch auf den einachsigen bzw. bei den Spannungsoptik-Experimenten auf den zweiachsigen (ebenen) Spannungszustand beschränken. Beim ebenen Spannungszustand wird die Problemstellung auf zwei Raumdimensionen reduziert. Dies ist (näherungsweise) der Fall bei scheibenförmigen Körpern,

<sup>1</sup>Dies erinnert an die entsprechende Formel für die Dehnung einer Feder  $F = D \cdot \Delta s$  mit der Federkonstanten  $D$ .

an denen nur Kräfte angreifen, die parallel zur Körperfläche liegen. An jedem Punkt dieses Körpers gibt es ein ausgezeichnetes Koordinatensystem, bei dem die beiden Koordinatenachsen in die Hauptspannungsrichtungen zeigen. In diesem Koordinatensystem verschwinden dann die Schubspannungen. Die Hauptspannungsrichtungen spielen für die Analyse in der Spannungsoptik eine zentrale Rolle.

## 8.2 Untersuchungsmethoden zur Elastizität von Materialien

In der Praxis wird der Elastizitätsmodul (und andere Materialparameter) typischerweise in Zugversuchen an Flachproben in speziellen Messapparaturen untersucht. Auch in diesem Praktikumsversuch wird ein Zugversuch durchgeführt, wobei hier der Schwerpunkt auf der Anschaulichkeit und Demonstration von Messverfahren liegen soll. Deshalb werden wir uns bei den Messungen auf ein Material beschränken, an welchem zugleich auch die Methode der Spannungsoptik demonstriert werden kann. Daher verwenden wir als Material Polycarbonat (PC), einen transparenten Kunststoff von optischer Qualität. Polycarbonat weist u.a. eine sehr hohe Festigkeit und Schlagzähigkeit auf. Es wird verwendet zur Herstellung von DVDs, Schutzvisieren in Helmen, speziellen (Sicherheits-)Verglasungen und vielem mehr. Im Handel ist Polycarbonat<sup>2</sup> als Makrolon® (Bayer AG) oder Lexan® (SABIC) bekannt.

### 8.2.1 Direkte Messung der Dehnung

Die naheliegendste Methode die Dehnung zu bestimmen besteht in einer direkten Messung der Längenänderung des Probekörpers beim Zugversuch. In diesem Praktikumsversuch wird eine so große Längenänderung erreicht, dass diese einfach mit einem digitalen Messschieber bestimmt werden kann.

### 8.2.2 Dehnungsmessung mit einem Dehnungsmessstreifen

Dehnungsmessstreifen (DMS) sind kommerziell erhältliche Sensoren, die in einer Vielzahl von Anwendungen heutzutage eingesetzt werden. Sie werden zum einen für Dehnungsmessungen (wie hier) oder indirekt für Spannungsmessungen (bei bekanntem Elastizitätsmodul) verwendet. Andererseits werden sie in allen Arten von Kraftmessern eingesetzt, in denen sie die Dehnung eines spezifizierten Dehnungskörpers ermitteln. Ein typischer Dehnungsmessstreifen hat schematisch den in Abbildung 8.2 gezeigten Aufbau. Ein mäanderförmig gewickelter Metalldraht ist fest mit einer Kunststoffträgerfolie verbunden. Diese Folie wird auf die Oberfläche des zu untersuchenden Körpers geklebt. Die Klebung

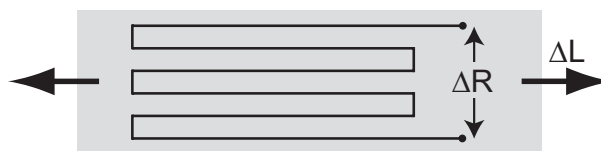


Abbildung 8.2: Schematischer Aufbau eines (typischen) Dehnungsmessstreifens

muss so gestaltet sein, dass die DMS-Folie der Oberflächenbewegung des gedehnten Körpers folgen kann. Durch die Dehnung erhöht sich die Länge  $l_{\text{Draht}}$  des Metalldrahts im DMS, gleichzeitig schrumpft dabei sein Querschnitt  $A_{\text{Draht}}$  etwas. Unter der Annahme,

<sup>2</sup>Polycarbonat ist nicht mit Acrylglas (PMMA, Polymethylmethacrylat), bekannt v.a. als Plexiglas® zu verwechseln.

dass der spezifische Widerstand  $\rho$  gleich bleibt, erhöhen beide Effekte den messbaren Widerstand  $R$ , da hier gilt:

$$R = \rho \cdot \frac{l_{\text{Draht}}}{A_{\text{Draht}}} \quad (8.3)$$

Bei kommerziellen Dehnungsmessstreifen steht die relative Widerstandserhöhung  $\Delta R/R$  in direktem Zusammenhang mit der relativen Längenänderung  $\Delta L/L$ :

$$\frac{\Delta R}{R} = k \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad (8.4)$$

Der Faktor  $k$  ist für jeden Dehnungsmessstreifen spezifiziert, ebenso der Nennwiderstand  $R$ . Die Bestimmung der relativen Dehnung (am Ort des DMS) läuft also auf eine Messung der Widerstandsänderung  $\Delta R$  hinaus, wobei sich in der Praxis die relative Widerstandsänderung  $\Delta R/R$  im Bereich von  $10^{-3}$  bis maximal einige  $10^{-2}$  abspielt. Dehnungsmessstreifen sind nicht nur für statische Messungen, sondern auch für Dehnungsanalysen bis hin zu hohen Frequenzen (MHz-Bereich!) geeignet.

### Die Wheatstonesche Brückenschaltung

Eine Messung kleiner Widerstandsänderungen, wie sie hier zur Auswertung des DMS notwendig ist, gelingt am besten mit der sogenannten Wheatstoneschen Brückenschaltung<sup>3</sup>. Die zugehörige Schaltung ist in Abbildung 8.3 ersichtlich. Die Speisespannung  $U_0$  wird mit einem Netzgerät bewerkstelligt,  $R_{\text{DMS}}$  stellt den extern angeschlossenen Dehnungsmessstreifen dar und die Brückenspannung  $U_{\text{Br}}$  wird mit einem Digitalmultimeter gemessen. Die Wheatstonesche Brückenschaltung setzt sich prinzipiell aus einer Paral-

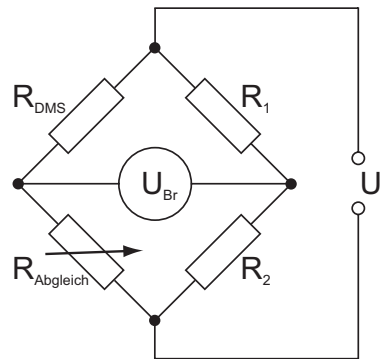


Abbildung 8.3: Wheatstonesche Brückenschaltung zur Auswertung des DMS

elschaltung von zwei Spannungsteilern zusammen. Im dargestellten Fall besteht der 1. (linke) Spannungsteiler aus  $R_{\text{DMS}}$  und  $R_{\text{Abgleich}}$ , der 2. (rechte) Spannungsteiler aus  $R_1$  und  $R_2$ . Mit dem einstellbaren Widerstand  $R_{\text{Abgleich}}$  kann die Brücke abgeglichen werden, sodass die beiden Teilverhältnisse exakt gleich sind:

$$\frac{R_{\text{DMS}}}{R_{\text{Abgleich}}} = \frac{R_1}{R_2} \quad (8.5)$$

<sup>3</sup>In der Vergangenheit war die Wheatstonesche Messbrücke allgemein von großer Bedeutung für Widerstandsmessungen. Aufgrund der Verfügbarkeit von genauen Multimetern ist dies heute nicht mehr der Fall. Für die Auswertung des Signals eines Dehnungsmessstreifens ist die Wheatstonesche Brückenschaltung aber nach wie vor das Mittel der Wahl.

Dann zeigt das Spannungsmessgerät  $U_{\text{Br}} = 0 \text{ V}$  an. Dies stellt den Ausgangspunkt der Messung dar. Außerdem haben wir in unserem Versuch eine symmetrische Brücke vorliegen, d.h. alle (Nenn-)Widerstände<sup>4</sup> sind gleich:  $R_{\text{DMS}} = R_{\text{Abgleich}} = R_1 = R_2 = 120 \Omega$ . Eine kleine Widerstandsänderung  $\Delta R_{\text{DMS}}$  durch Dehnung des DMS wirkt sich dann in einer (von 0 ausgehenden) Änderung der Brückenspannung aus:

$$\frac{U_{\text{Br}}}{U_0} = \frac{1}{4} \cdot \frac{\Delta R_{\text{DMS}}}{R_{\text{DMS}}} \quad (8.6)$$

## 8.3 Spannungsoptik

Die Spannungsoptik ist ein Verfahren, bei dem mit Hilfe von polarisiertem Licht der Verlauf mechanischer Spannung in (komplex geformten) Bauteilen untersucht werden kann. Für die Spannungsoptik eignen sich naturgemäß nur bestimmte Materialien (in der Regel transparente Kunststoffe mit kleiner, spannungsoptischer Konstante). Da man zum allergrößten Teil am Spannungsverlauf in metallischen Bauteilen interessiert sein wird, muss zur Anwendung der Spannungsoptik-Methode ein gleichgeformtes Modell aus geeignetem Material angefertigt werden.

Durch die heutzutage sehr leistungsfähigen Computer können mit der Finite-Elemente-Methode (FEM) auch komplexe Spannungszustände mit hinreichender Genauigkeit berechnet werden, sodass die Spannungsoptik nicht mehr den Stellenwert wie in der Vergangenheit hat. Trotzdem ist die Spannungsoptik nach wie vor geeignet, Spannungsverhältnisse anschaulich zu demonstrieren und Rechenergebnisse abzusichern.

### 8.3.1 Brechungsindex

Für die optischen Eigenschaften eines Materials ist der Brechungsindex  $n$  die zentrale Größe. Der Brechungsindex gibt an, wie stark die Lichtgeschwindigkeit im Medium  $c_{\text{M}}$  gegenüber der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c_0$  reduziert ist:  $c_{\text{M}} = c_0/n$

Im gleichen Maße ist auch die Wellenlänge  $\lambda_{\text{M}}$  im Medium gegenüber der Vakuumwellenlänge  $\lambda_0$  reduziert, d.h. es gilt  $\lambda_{\text{M}} = \lambda_0/n$ . Die Lichtfrequenz ändert sich hingegen im Medium nicht.

Der Brechungsindex liegt für normale optische Medien in einem Bereich von ca. 1,3 bis 2,0. Verantwortlich für die Eigenschaft "Lichtbrechung" ist die Wechselwirkung zwischen Licht und dem Medium. Licht stellt eine elektromagnetische Welle im sichtbaren Spektralbereich dar (Frequenz  $\nu = 3,8 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \dots 7,7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$  bzw. Wellenlänge  $\lambda = 390 \text{ nm} \dots 790 \text{ nm}$ ). Das elektrische Feld der Lichtwelle, welches mit der Lichtfrequenz oszilliert, bewirkt eine ebenfalls oszillierende Kraft auf die Ladungen im optischen Medium. Als Folge davon werden die in den Atomen gebundenen Elektronen zu erzwungenen Schwingungen angeregt, die schweren Atomkerne bleiben dabei unbeeinflusst. Die Schwingungen der Elektronen um ihre Gleichgewichtslage bewirkt eine oszillierende Polarisation des Mediums. Das elektrische Feld dieser Polarisation überlagert sich dabei dem elektrischen Feld der Lichtwelle, es entsteht eine modifizierte elektromagnetische Welle im Medium mit reduzierter Ausbreitungsgeschwindigkeit<sup>5</sup>.

<sup>4</sup>Obwohl die Widerstände den gleichen Nennwert haben, sind die tatsächlichen Werte aufgrund von Toleranzen nicht exakt gleich. Die Brücke muss also in jedem Fall abgeglichen werden.

<sup>5</sup>Dies kann man sich anschaulich vorstellen, wenn man bedenkt, dass das durch Polarisation induzierte elektrische Feld eine Phasenverschiebung zum ungestörten Feld der Lichtwelle aufweist. Die schwingenden Elektronen eilen dem antreibenden Feld ja hinterher, umso mehr, je höher die Lichtfrequenz ist. In diesen Vorgängen ist auch die Ursache dafür zu suchen, dass blaues Licht stärker als rotes Licht gebrochen wird. (Dispersion)

### 8.3.2 Spannungsdoppelbrechung

Viele optische Medien verhalten sich bezüglich ihrer optischen Eigenschaften isotrop, das heißt der Brechungsindex hängt nicht von der Richtung des elektrischen Feldvektors der Lichtwelle (= Polarisationsrichtung) ab. Es gibt jedoch auch Materialien bzw. Bedingungen, bei denen die optischen Eigenschaften von der Polarisationsrichtung abhängen. Dieser Effekt wird allgemein als Doppelbrechung bezeichnet. Neben permanent doppelbrechenden Materialien aufgrund einer bestimmten Kristallstruktur (z.B. Kalkspat), kann auch durch mechanische Spannung in zunächst isotropen Materialien doppelbrechendes Verhalten induziert werden<sup>6</sup>. Dieser als Spannungsdoppelbrechung bezeichnete Effekt ist für den Praktikumsversuch von Interesse.

An dieser Stelle kommen wir auf den in Kapitel 8.1.2 diskutierten ebenen Spannungszustand zurück, den man am besten mit Hilfe des zugehörigen Hauptspannungssystems  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  charakterisiert. Wir wollen uns im Folgenden darauf beschränken, dass das Licht senkrecht auf einen scheibenförmigen Körper im ebenen Spannungszustand fällt. Wir

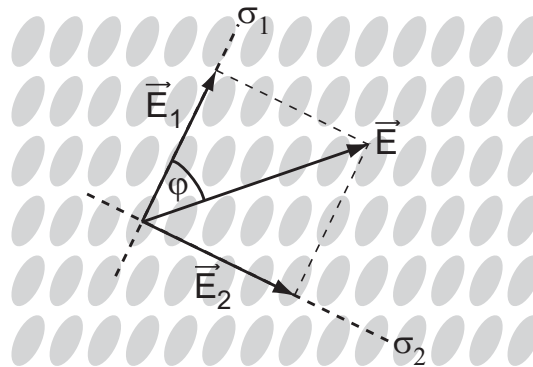


Abbildung 8.4: Ebener Spannungszustand mit den Richtungen der beiden Hauptspannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ . Die Ovale im Hintergrund sollen lediglich symbolisieren, dass das Material in einer der beiden Richtungen stärker gedehnt bzw. gestaucht ist als in der anderen Richtung. Das Licht trifft senkrecht auf diesen Spannungszustand d.h. auf die Bildebene.

nehmen hier bereits an, dass das einfallende Licht linear polarisiert ist. Die Polarisationsrichtung des auftreffenden Lichts (= Richtung des elektrischen Feldvektors  $\vec{E}$ ) soll dabei mit einer der Hauptspannungsachsen den Winkel  $\varphi$  einschließen. Diese Situation ist in Abbildung 8.4 dargestellt. Wenn wir davon ausgehen, dass in den beiden Hauptspannungsrichtungen unterschiedliche Zug- bzw. Druckspannungen wirken, so wird das Material in diesen beiden Richtungen unterschiedlich auf den elektrischen Feldvektor reagieren. Folgende Betrachtungsweise bietet sich hier an: Der elektrische Feldvektor  $\vec{E}$  wird in zwei Komponenten  $\vec{E}_1$  und  $\vec{E}_2$  zerlegt, welche in Richtung von  $\sigma_1$  bzw.  $\sigma_2$  zeigen. Mathematisch kann diese Zerlegung folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$\vec{E}_{\text{Eintritt}} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_1 \cdot \cos \omega t \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ E_2 \cdot \cos \omega t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \cdot \cos \omega t \\ E_2 \cdot \cos \omega t \end{pmatrix} \quad (8.7)$$

Der gleiche Zeitfaktor  $\cos \omega t$  zeigt an, dass beide Komponenten beim Eintritt in Phase schwingen. Die beiden Komponenten laufen dann als unabhängige elektromagnetische

<sup>6</sup>Doppelbrechung kann auch durch elektrische Felder (elektrooptischer Effekt) oder durch magnetische Felder (Faraday-Effekt) induziert werden.

Wellen durch den Körper. Die Welle 1 (mit  $\vec{E}_1$ ) sieht dabei den Brechungsindex  $n_1$ , die Welle 2 (mit  $\vec{E}_2$ ) sieht den (anderen) Brechungsindex  $n_2$  (Doppelbrechung). Aufgrund der verschiedenen großen Wellenlängen im Medium  $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$  und  $\lambda_2 = \lambda_0/n_2$  kommt es beim Durchqueren des Mediums zu einer Phasenverschiebung. Beim Austritt aus dem Körper haben beide Wellen eine unterschiedliche Anzahl von Wellenlängen zurückgelegt, diese (im Normalfall natürlich nicht ganzzahligen) Anzahlen bezeichnen wir mit  $N_1$  und  $N_2$ . Dieser Vorgang ist in Abbildung 8.5 ersichtlich<sup>7</sup>. Entscheidend für die Wirkung des

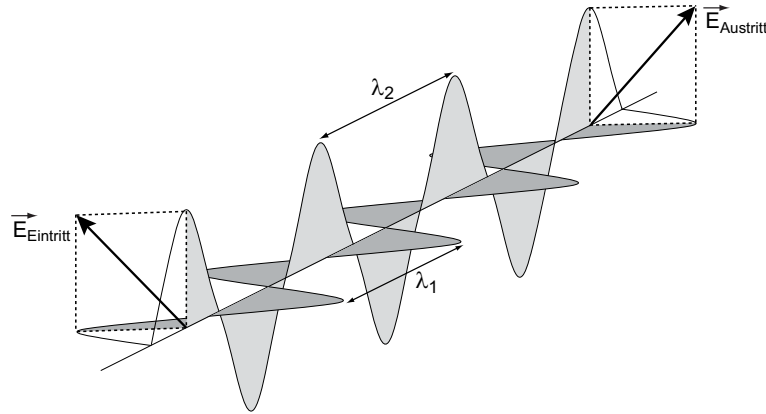


Abbildung 8.5: Aufteilung einer Welle in zwei Komponenten, die mit unterschiedlichen Wellenlängen durch ein doppelbrechendes Medium laufen. Die grau markierten Wellenbereiche sollen innerhalb des Mediums liegen. Man erkennt, dass hier die Komponente mit der kürzeren Wellenlänge  $\lambda_1$  am Austritt um genau eine halbe Wellenlänge hinterher eilt.

Materials ist nur die Differenz der Wellenlängenanzahlen  $\delta$ :

$$\delta = N_1 - N_2 = \frac{d}{\lambda_1} - \frac{d}{\lambda_2} = \frac{d}{\lambda_0} \cdot (n_1 - n_2) \quad (8.8)$$

$d$  stellt die Dicke des Körpers, also die im Medium durchlaufene Strecke dar. Beim Austritt aus dem Medium kann man sich eine aus beiden Komponenten wieder vereinigte Welle vorstellen, für die man schreiben kann:

$$\vec{E}_{\text{Austritt}} = \begin{pmatrix} E_1 \cdot \cos \omega t \\ E_2 \cdot \cos(\omega t + 2\pi\delta) \end{pmatrix} \quad (8.9)$$

Beim Vergleich mit  $\vec{E}_{\text{Eintritt}}$  erkennt man, dass bei ganzzahligem  $\delta$  keine Wirkung entsteht, bei halbzahligen  $\delta$  hingegen wird die Polarisationsrichtung an den Hauptspannungsachsen gespiegelt. Letzterer Fall ist in Abbildung 8.5 gezeigt. Bei anderen Werten für  $\delta$  entsteht aus eingestrahlttem linear polarisiertem Licht im allgemeinen sogenanntes elliptisch polarisiertes Licht<sup>8</sup>.

Um spannungsoptische Ergebnisse im Hinblick auf die mechanischen Spannungen quantitativ analysieren zu können, fehlt nun noch der Zusammenhang zwischen den Brechungsindizes und den mechanischen Spannungen. Unter der Annahme, dass sich die beiden Brechungsindizes  $n_1$  bzw.  $n_2$  linear mit den beiden Spannungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  ändern

<sup>7</sup>In der Praxis liegen natürlich nicht nur wenige Wellenlängen innerhalb des Mediums, wie im Bild gezeigt, sondern sehr viele. Bei den hier verwendeten Probekörpern sind es mehr als  $10^4$ .

<sup>8</sup>Als Spezialfall hiervon ist zirkular polarisiertes Licht zu nennen. Bei diesem hat der elektrische Feldvektor einen konstanten Betrag und führt eine Schraubenbewegung aus.

(d.h.  $\sigma_1$  soll sich auch auf  $n_2$  auswirken können und entsprechend  $\sigma_2$  auf  $n_1$ ), kann man für  $n_1$  bzw.  $n_2$  folgenden Ansatz machen:

$$n_1 = n_0 + \alpha\sigma_1 + \beta\sigma_2 \quad n_2 = n_0 + \alpha\sigma_2 + \beta\sigma_1 \quad (8.10)$$

$n_0$  ist dabei der Brechungsindex des unverspannten Mediums,  $\alpha$  und  $\beta$  sind Materialkonstanten. Setzt man die beiden Ausdrücke für  $n_1$  bzw.  $n_2$  in Gleichung 8.8 ein, so ergibt sich:

$$\delta = \frac{d}{\lambda_0} \cdot (\alpha - \beta)(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (8.11)$$

Führt man nun die spannungsoptische Konstante  $S = \lambda_0/(\alpha - \beta)$  ein, so erhält man die Hauptgleichung der Spannungsoptik:

$$\delta = \frac{d}{S} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad \text{bzw.} \quad \sigma_1 - \sigma_2 = \frac{S}{d} \delta \quad (8.12)$$

Eine kleine spannungsoptische Konstante bedeutet dabei einen großen doppelbrechenden Effekt.

### 8.3.3 Spannungsoptischer Aufbau

Wie aus den Beziehungen 8.9 und 8.12 hervorgeht, wird durch den mechanischen Spannungszustand der Polarisationszustand des durchgehenden Lichts modifiziert. Da das menschliche Auge jedoch nicht auf die Polarisation von Licht empfindlich ist, muss mit Hilfe eines geeigneten experimentellen Aufbaus der Doppelbrechungseffekt untersucht werden. Der einfachste Aufbau hierzu, der auch im vorliegenden Versuch verwendet wird, ist in Abbildung 8.6 zu sehen. Mit Hilfe eines Polarisationsfilters wird linear polarisiertes

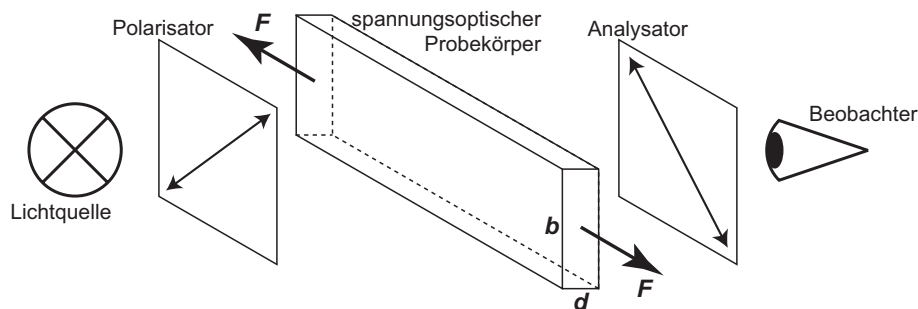


Abbildung 8.6: Aufbau zur Untersuchung der Spannungsoptik

Licht erzeugt (Polarisator, bei uns im  $45^\circ$ -Winkel zur Horizontalen). Ein weiterer Polarisationsfilter, dessen Polarisationsrichtung um  $90^\circ$  zur Richtung des Polarisators gedreht ist, dient als Analysator. Ohne doppelbrechendes Medium zwischen den beiden Filtern kommt kein Licht beim Beobachter an, es liegt ein Dunkelfeld vor. Mit dem spannungsoptischen Probekörper wird, je nach (lokalem) Spannungszustand, die Polarisationsrichtung des Lichts nach dem Polarisator mehr oder weniger stark gedreht, es entstehen auf dem Körper dann mehr oder weniger helle Bereiche.

Bei der Analyse spannungsoptischer Helligkeitsverteilungen werden zwei Begriffe gebraucht:



### Isochromaten

Aus Beziehung 8.12 erkennt man, dass eine bestimmte Differenz der Hauptspannungen  $\sigma_1 - \sigma_2$  zu einem bestimmten  $\delta$  und damit zu einer bestimmten Helligkeit führt. Da sich die Hauptspannungen entlang des Körpers nur stetig ändern, gehört zu einem Wert für  $\sigma_1 - \sigma_2$  eine durchgehende Helligkeitskurve auf dem Körper. Diese durchgehenden Kurven (konstanter Hauptspannungsdifferenzen) bezeichnet man als Isochromaten. Die Polarisationsmodifikation durch das Medium ist dabei periodisch in  $\delta$ , d.h.  $\delta + 1$  ergibt die gleiche Helligkeit wie  $\delta$ . Von besonderer Bedeutung sind die Isochromaten, die zu ganzzahligen  $\delta$  gehören. Diese Isochromaten erscheinen als dunkle Linien bzw. Bereiche, man spricht dann von der Isochromaten 0. Ordnung (bei  $\delta = 0$ ), von der Isochromaten 1. Ordnung (bei  $\delta = 1$ ) usw.

### Isoklinen

Das bis hierher beschriebene Verfahren hat einen gewissen Schönheitsfehler. Falls nämlich der eintretende Feldvektor in eine der beiden Hauptspannungsrichtungen weist (also wenn für den Winkel in Abbildung 8.4 gilt  $\varphi \approx 0^\circ$  bzw.  $\varphi \approx 90^\circ$ ), so verschwindet eine der beiden Komponenten und der Polarisationszustand des Licht bleibt unverändert<sup>9</sup>. Die entsprechende Stelle auf dem Körper erscheint dann dunkel, und zwar unabhängig von der Differenz der Hauptspannungen. Dieser Effekt kann jedoch auch dazu genutzt werden, um die Hauptspannungsrichtungen zu analysieren. Dazu muss der Probekörper im linear polarisierten Lichtfeld gedreht und die auftauchenden (und wieder verschwindenden) dunklen Bereiche verbunden werden. Diese als Isoklinen bezeichneten Kurven geben dann wieder, in welchen Richtungen die Hauptspannungen verlaufen, es handelt sich also um die Spannungstrajektorien. Der Verlauf der Isochromaten ändert sich übrigens beim Drehen des Körpers nicht.

#### 8.3.4 Lichtfarbe

Die Farbe und damit die Wellenlänge des verwendeten Lichts ist eine Größe, die primär die Beobachtungen bei der Spannungsoptik beeinflusst (siehe z.B. Gleichung 8.8). Dies bedeutet, dass Isochromaten gleicher Ordnung für unterschiedliche Farben bei verschiedenen Hauptspannungsdifferenzen auftreten. Bei Verwendung von weißem Licht, das ein breites Farbspektrum hat, führt dies zu einer Aufspaltung der Farben je nach Spannungszustand. Dies ergibt zwar ästhetische Helligkeitsverteilungen, ist aber für quantitative Analysen nicht geeignet. Daher verwenden wir auch in diesem Versuch praktisch ausschließlich die monochromatische Na-Dampflampe. Um die Wirkung von weißem Licht zu demonstrieren kann aber auch eine weiße Lampe zugeschaltet werden.

Eine Ausnahme bildet die Isochromate 0. Ordnung, bei der die Hauptspannungsdifferenz verschwindet. Diese ist bei weißem Licht eindeutig dadurch gekennzeichnet, dass sie in allen Farben dunkel erscheint. Diese Beobachtung kann bei bestimmten Situationen hilfreich sein.

## 8.4 Versuchsdurchführung und Messaufgaben

Schalten Sie gleich zu Beginn die Natriumdampflampe des Lichtkastens ein, da diese eine gewisse Aufwärmzeit benötigt. Diese Lampe sollte dann bis zum Schluss des Versuchs

<sup>9</sup>Man kann den Aufbau so erweitern, dass statt mit linear polarisiertem Licht mit zirkular polarisiertem Licht gearbeitet wird. Dann tritt dieses "Richtungs"-Problem und damit auch die Isoklinen nicht auf.

eingeschaltet bleiben. Bevor Sie mit den eigentlichen Messaufgaben beginnen, soll zur Spannungsoptik ein kurzer Vorversuch durchgeführt werden:

**Aufgabe 1 - Vorversuch zur Spannungsoptik** Nehmen Sie die Analysatorscheibe aus der Halterung und legen Sie sie beiseite. Halten Sie das Polarisatorplättchen mit der markierten Polarisationsrichtung vor den Lichtkasten. Was beobachten Sie, wenn Sie das Plättchen drehen? Wie viele Orientierungen gibt es, bei denen das Licht komplett geblockt wird? Wie ist das Licht aus dem Kasten polarisiert?

Setzen Sie nun die Analysatorscheibe wieder ein, sodass kein Licht hindurchkommt. Wie ist die Polarisationsrichtung der Scheibe nun orientiert?

Nehmen Sie eines der  $\lambda/2$ -Plättchen und halten Sie es hinter die Analysatorscheibe. Was beobachten Sie, wenn Sie es drehen? Wie viele und welche Orientierungen gibt es, bei denen das Licht geblockt wird? Wie wirkt das Plättchen in diesem Fall auf das Licht und wie würden Sie diese Erscheinung auf einem spannungsoptischen Modell bezeichnen? Wie viele und welche Orientierungen gibt es, bei denen das Licht bestmöglich durchgelassen wird? Was passiert in diesen Fällen?

Nehmen Sie ein ca. 10 cm langes Stück Tesafilm und halten es hinter die Analysatorscheibe. Was beobachten Sie, wenn Sie den Tesafilm drehen? Halten Sie nun den Tesafilm waagrecht und dehnen Sie ihn. Was beobachten Sie? (Dieser Versuch ist im Prinzip bereits derselbe wie der spätere Zugversuch, nur dass sich der Tesa plastisch verformt.)

Halten Sie zum Abschluss ein transparentes Lineal oder Geodreieck hinter die Scheibe. Auch hier sollten Sie doppelbrechende Eigenschaften erkennen können.

**Aufgabe 2 - Dehnungsmessung und Bestimmung der spannungsoptischen Konstanten** In diesem Versuch können Sie an einem Messobjekt direkt (mit einem Messschieber) und indirekt (mit einem Dehnungsmessstreifen) die Dehnung ermitteln. Als Resultat erhalten Sie sowohl den Elastizitätsmodul wie auch den Eichfaktor für den DMS. Da das Messobjekt spannungsdoppelbrechendes Verhalten aufweist, können Sie aus der Messreihe auch die spannungsoptische Konstante des Materials ermitteln.

### Vorbereitung

Nehmen Sie das Polycarbonat-Messobjekt mit dem montierten Dehnungsmessstreifen. Wenn Sie das Modell gegen das Licht halten, können Sie die Struktur des Messstreifens betrachten. **Bitte achten Sie darauf, den Messstreifen und insbesondere die dünnen Anschlussdrähte nicht zu beschädigen!** Messen Sie mit dem Digitalmessschieber die Breite  $b$  und Dicke  $d$  des Messobjekts. Montieren Sie nun das Messobjekt im Belastungsrahmen (links und rechts jeweils Inbusschraube mit Flügelmutter). Drehen Sie die Zugspindel, bis das System sich zu spannen beginnt. (Dieser Zustand wird nur mit begrenzter Genauigkeit einstellbar sein.) Stellen Sie die Anzeige des Ringkraftmessers<sup>10</sup> auf 0.

Um den Dehnungsmessstreifen verwenden zu können, müssen Sie noch die Wheatstone'sche Brücke abgleichen: Legen Sie mit dem Netzgerät eine Spannung  $U_0$  von ca. 4,0 V an. Messen Sie mit dem Multimeter den genauen Wert von  $U_0$ . Schließen Sie das Multimeter und den DMS gemäß Abbildung 8.3 an und gleichen Sie die Brücke mit dem einstellbaren Widerstand ab. Das Multimeter muss dazu in den empfindlichsten (Gleich-)Spannungsbereich geschaltet sein.

---

<sup>10</sup>Wenn Sie den Ringkraftmesser genauer betrachten, erkennen Sie dessen Funktionsweise: Bei Zugkraft wird der Metallring in Zugrichtung gedehnt, in Querrichtung wird er gestaucht. Die Stauchung wird mit einer Messuhr gemessen, die bereits in Einheiten der Kraft (kN) geeicht ist. Die Skala ist drehbar.

Da noch keine Zugspannung am Objekt anliegt, sollte es die Lichtpolarisation eigentlich nicht beeinflussen. (Was würden Sie dann erwarten?) Falls es dies trotzdem tut, liegt es an der bereits vorhandenen, vom Herstellungsprozess herrührenden Eigenspannung des Materials. Dieser Nulleffekt soll hier vernachlässigt werden.

### Messung

Es sollen nun der Reihe nach verschiedene Kraftwerte eingestellt werden. Dabei orientieren wir uns an der spannungsoptischen Eigenschaft des Materials. Es sollen diejenigen Kräfte eingestellt werden, sodass die Isochromaten 1., 2., 3., usw. Ordnung beobachtet werden, d.h. das Modell soll jeweils möglichst dunkel erscheinen. Erhöhen Sie die Kraft nicht zu schnell, damit Sie keine Isochromatenordnung überspringen. Führen Sie dies bis zu einer Maximalkraft von 2,0 kN durch. **Legen Sie keine Kraft über 2,0 kN an!!!** Lesen Sie für jede Isochromatenordnung den Kraftwert ab. Messen Sie außerdem den Abstand der beiden Metallringe mit dem Messschieber sowie die Brückenspannung  $U_{Br}$ . Tragen Sie alle Werte in eine Tabelle ein.

### Auswertung - Elastizitätsmodul

Berechnen Sie zu jedem Kraftwert die Zugspannung  $\sigma = F/(b \cdot d)$  sowie zu jeder gemessenen Länge die relative Dehnung  $\epsilon = \Delta L/L$ . Als Bezugslänge  $L$  können Sie die Länge ohne anliegende Zugkraft verwenden. Tragen Sie in einem Diagramm die Zugspannungen über den relativen Dehnungen auf und legen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Messwerte. Ermitteln Sie die Steigung dieser Geraden. Gemäß Gleichung 8.2 ist dies unmittelbar der Elastizitätsmodul. Vergleichen Sie Ihren Wert mit demjenigen aus der Tabelle in Kapitel 8.1.1.

### Auswertung - DMS–Eichfaktor

Berechnen Sie mittels Beziehung 8.6 zu jedem Wert  $U_{Br}$  die relative Widerstandsänderung  $\Delta R_{DMS}/R_{DMS}$ . Tragen Sie in dasselbe Diagramm von oben diese Werte über den zugehörigen Werten für die relativen Dehnungen ein. Legen Sie dazu eine zweite  $y$ -Achse mit geeigneter Skalierung fest. Durch diese Werte sollten Sie ebenfalls eine Ausgleichsgerade legen können. Die Steigung liefert Ihnen direkt den Eichfaktor  $k$ , der die Längenänderung mit der Widerstandsänderung des Dehnungsmessstreifens verknüpft (Gleichung 8.4).

### Auswertung - Spannungsoptische Konstante

Bei den bis jetzt durchgeführten Zugversuchen lag (in hinreichender Entfernung von den Randbereichen an denen die Probe eingespannt ist) ein einachsiger Spannungszustand vor. Dies bedeutet, dass eine der beiden Hauptspannungen in Gleichung 8.12 verschwindet, wodurch sich die Hauptgleichung vereinfacht zu:

$$\delta = \frac{d}{S} \cdot \sigma \quad \text{bzw.} \quad \sigma = \frac{S}{d} \cdot \delta \quad (8.13)$$

Die Isochromatenordnung  $\delta$  ist in diesem Fall absolut mit der (Zug-)Spannung verknüpft. Tragen Sie in einem neuen Diagramm die Spannungen über den zugehörigen (ganzzahligen) Isochromatenordnungen auf. Legen Sie eine Ausgleichsgerade durch die Werte und ermitteln Sie die Steigung. Bestimmen Sie aus dieser Steigung die spannungsoptische Konstante  $S$ .

**Aufgabe 3 - Bestimmung von Formzahlen** Wir wollen nun ein Experiment durchführen, bei dem die Methode der Spannungsoptik quantitativ zur Ermittlung von Formzahlen angewendet werden kann. Kerben stellen Schwachstellen bei Bauteilen dar, da dort erhöhte Spannungen auftreten und damit ein potentieller Bruch des Bauteils dort am ehesten auftritt. Nehmen Sie nun das spannungsoptische Modell mit den Einkerbungen und setzen Sie dieses anstelle des anderen Messobjekts in den Belastungsrahmen ein. Kontrollieren Sie den Nullpunkt des Ringkraftmessers. Das Modell besitzt jeweils zwei paarweise Kerben (in Abbildung 8.7 mit 1 und 2 bezeichnet) und einen homogenen Referenzbereich. Der Referenzbereich besitzt dieselbe Breite wie die jeweils engste Stelle zwischen den Kerb-Paaren. Die Spannungsüberhöhung am Kerbgrund wird durch die

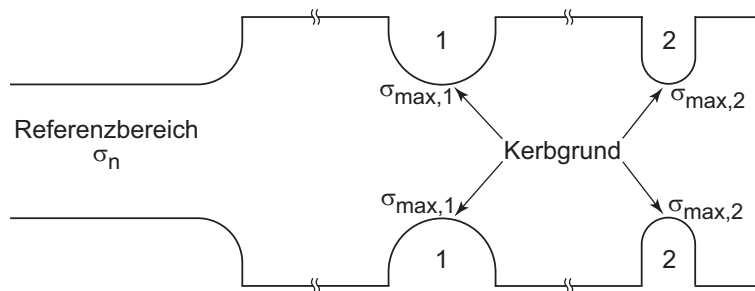


Abbildung 8.7: Zugprobe mit verschiedenen Kerbformen

zugehörige Formzahl beschrieben:

$$\alpha_K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_n} = \frac{\delta_{\max}}{\delta_n} \quad (8.14)$$

$\sigma_{\max}$  ist die bei einer bestimmten Zugkraft am Modell auftretende Maximalspannung (am Kerbgrund),  $\sigma_n$  ist die sogenannte Nennspannung (bei gleicher äußerer Kraftwirkung auf das Modell). Da die beobachtete Isochromatenordnung direkt proportional zur Spannung ist, kann die Formzahl auch durch die entsprechenden Isochromatenordnungen ausgedrückt werden.

Legen Sie nun eine steigende Zugkraft an das Modell an. Woran erkennen Sie, dass an den Kerben eine höhere Spannung wirkt als im Referenzbereich?

Drehen Sie die Zuspansung wieder auf Null und erhöhen Sie die Kraft langsam wieder. Beobachten Sie nur die Verhältnisse an den Kerben 1. Zählen Sie die auftretenden Isochromatenordnungen mit. Achten Sie dabei genau auf den Kerbgrund! Stoppen Sie, wenn am Kerbgrund gerade die 10. Isochromatenordnung erscheint.<sup>11</sup> Notieren Sie die eingestellte Kraft  $F_1$ . Zur Bestimmung der Formzahl benötigen wir noch die zugehörige Nenn-Isochromatenordnung  $\delta_{n,1}$ , die natürlich im allgemeinen nicht ganzzahlig sein wird.  $\delta_{n,1}$  lässt sich aber mit der ermittelten spannungsoptischen Konstanten berechnen:

$$\delta_{n,1} = \frac{d}{S} \cdot \sigma_{n,1} = \frac{d}{S} \cdot \frac{F_1}{b \cdot d} = \frac{F_1}{S \cdot b} \quad (8.15)$$

Berechnen Sie nun gemäß Gleichung 8.14 die Formzahl für die Kerbform 1.

Wiederholen Sie das eben durchgeführte Verfahren für die Kerben 2. Welche der beiden Kerbformen hat die größere Formzahl?

<sup>11</sup>Anstelle der 10. Ordnung können Sie natürlich auch jede andere Ordnung am Kerbgrund einstellen, insbesondere auch höhere (aber keine Kraft über 2,0 kN!). Allerdings wird es dann immer schwieriger, die Ordnungen zu trennen.

**Aufgabe 4 - Hauptspannungsrichtungen / Isoklinen** In diesem letzten Versuchsteil sollen qualitativ Isoklinenbilder und damit die Richtungen der Hauptspannungen dargestellt werden. Nehmen Sie dazu die Klemmvorrichtung mit dem eingelegten Polycarbonat-Plättchen. Beim Klemmen wird die Kraft punktuell an zwei Stellen eingebracht. Drücken Sie nun die Klemmvorrichtung zusammen und drehen Sie sie. Können Sie die Isoklinen beobachten?

Schalten Sie die Natriumdampflampe aus und die Halogenlampen ein. Wiederholen Sie den Versuch. In welcher Farbe erscheinen die Isoklinen? Skizzieren Sie den Verlauf in Ihr Protokollheft. Ist der Verlauf plausibel?

