

Messung des Fermi-Impulses durch die Winkelkorrelation von γ -Strahlung aus der Annihilation von Elektron-Positron-Paaren

Josef A. Weber, Hubert Ceeh, Christoph Hugenschmidt

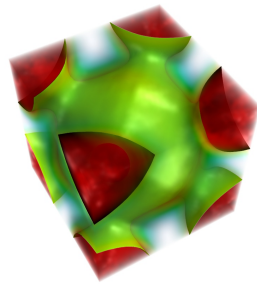


Abb. 1: Fermi-Fläche von Kupfer gemessen mit 2D-ACAR

Eine der grundlegenden Kenngrößen eines Metalls ist seine Fermi-Fläche. Sie wird durch die elektronische Bandstruktur bestimmt und ist so etwas wie ein Fingerabdruck für die elektronischen und magnetischen Eigenschaften eines Metalls. In isotropen Systemen ist auch die Fermi-Fläche isotrop und kann durch einen Parameter, den Fermi-Impuls, vollständig beschrieben werden. Zur Bestimmung der Fermi-Fläche werden üblicherweise de-Haas-van-Alphen-Effekt (dHvA) oder auch winkelaufgelöste Photoemissionsspektroskopie [„*Angle Resolved Photo Emission Spectroscopy*“ (ARPES)] genutzt. Beide Methoden stellen sehr hohe experimentelle Anforderungen. So sind bei dHvA-Messungen große Magnetfelder und tiefe Temperaturen unabdingbar während ARPES nur im Ultrahochvakuum funktioniert.

Eine weitere Methode zur Bestimmung der Fermi-Fläche ist die Messung der Winkelkorrelation von γ -Strahlung aus der Annihilation von Elektron-Positron-Paaren [„*Angular Correlation of Annihilation Radiation*“ (ACAR)]. Durch ACAR ist es schon mit vergleichbar geringem Aufwand möglich eindimensionale Projektionen der Fermi-Fläche zu erhalten und daraus den Fermi-Impuls zu extrahieren.

In diesem Versuch wird ein 1D-ACAR-Spektrometer mit Nuklearelektronik in Gang gebracht und mithilfe von Python ein Programm zur Steuerung des Spektrometers geschrieben. Aus den Messdaten kann dann der Fermi-Impuls des untersuchten Metalls extrahiert werden.

1 Grundlagen

1.1 Fundamentale Eigenschaften des Positrons

Das Positron wurde 1929 von Dirac als Antiteilchen des Elektrons postuliert¹ [Dirac, 1931]. Schon 1932 entdeckte Anderson in einer Nebelkammer ein elektrisch positiv geladenes Teilchen mit einer Masse die ungefähr der eines Elektrons entsprach² [Anderson, 1932]. Es handelte sich dabei um das drei Jahre zuvor vorausgesagte Positron. Die wichtigsten Kenngrößen des Positrons sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

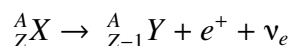
Masse	511,0034 keV/c ²
Ladung	1,6022 · 10 ⁻¹⁹ C
Spin	1/2
magn. Moment	9,2848 · 10 ⁻²⁴ A m ²
Lebensdauer im Vakuum	2 · 10 ²¹ a

1.2 Positronenquellen

Für die Festkörperphysik nutzbare Positronen entstehen entweder beim β^+ -Zerfall oder durch Paarbildung. Positronenquellen können in Laborquellen und in Quellen an Großforschungsanlagen eingeteilt werden. Bei letzteren können, unter entsprechendem Aufwand und den zur Verfügung stehenden Möglichkeiten, Quellen errichtet werden, welche um einige Größenordnungen intensiver sind als Laborquellen. In diesen intensiven Quellen werden Positronen durch Paarbildung aus hochenergetischen γ -Quanten erzeugt. Für Laborexperimente werden β^+ -Emitter verwendet, die entweder direkt auf der Probe platziert werden oder als Quelle für einen „table-top“-Positronenstrahl dienen.

1.2.1 β^+ -Emitter

β^+ -Emitter sind protonenreiche Nuklide, die sich nach folgender Reaktion in protonenärmere Kerne umwandeln:



Da es sich hierbei um einen Zerfall in drei Teilchen handelt, ist das resultierende Positronenspektrum analog zum β^- -Zerfall kontinuierlich. Das Spektrum des häufig verwendeten Positronenemitters ²²Na ist in Abbildung 2 dargestellt. Die maximale im Spektrum vertretene kinetische Energie der Positronen bezeichnet man als Endpunktenergie. Im Falle von ²²Na beträgt sie ungefähr 545 keV.

Da sich ²²Na aufgrund seiner langen Halbwertszeit als Standardquelle etabliert hat, soll auf dieses Nuklid näher eingegangen werden. ²²Na-Quellen haben den Vorteil, dass Sie kommerziell erhältlich sind oder auch selbst aus einer mit ²²Na angereicherten NaCl-Lösung hergestellt werden können.

¹Dirac glaubte zuerst, dass die Lösungen seiner berühmten Gleichung [Dirac, 1928] mit negativen Energien Protonen sind [Dirac, 1930].

²‘less than twenty times that of the (...) electron mass’ [Anderson, 1933]

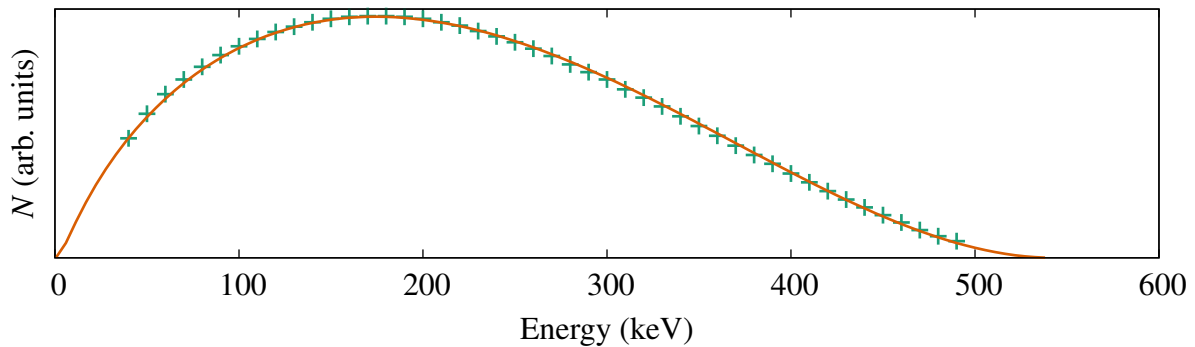


Abb. 2: Typisches Spektrum einer β^+ -Quelle. Hier wurde als Beispiel das Spektrum von ^{22}Na mit einer Endpunktsenergie von 545 keV gewählt. Die Datenpunkte von Wenninger, Stiewe und Leutz [1968] stimmen sehr guter mit der theoretischen Verteilung [Fermi, 1934] überein.

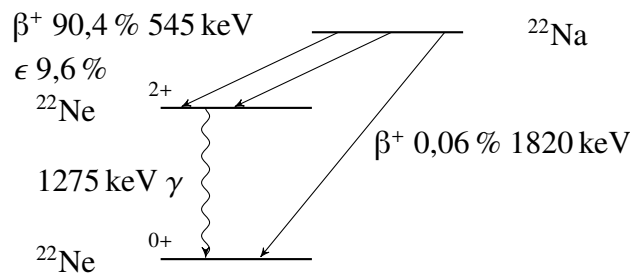


Abb. 3: ^{22}Na Zerfallsschema [Firestone, 2005]

^{22}Na selbst kann zum Beispiel über die Reaktion $^{24}\text{Mg}(d, \alpha)^{22}\text{Na}$ gewonnen werden [Schatz und Weidinger, 1997]. Die große Halbwertszeit von 2,6 a ist für viele Experimente mit langen Messzeiten hilfreich, da die Positronenintensität über einen langen Zeitraum nahezu konstant bleibt und somit keine Korrekturen nötig sind. Trotz der relativ langen Halbwertszeit besitzen diese Quellen eine akzeptable Aktivität. Kommerziell sind Quellen bis 1,9 GBq erhältlich.

Zerfallsschema für ^{22}Na ist in Abbildung 3 gezeigt. Wie daraus ersichtlich ist, zerfällt ^{22}Na zuerst in einen kurzlebigen angeregten Zustand von ^{22}Ne . Dieser geht unmittelbar danach unter Aussendung eines γ -Quants mit einer Energie von 1275 keV in den Grundzustand über.

1.2.2 Positronen durch Paarbildung

Bei dieser Methode werden die Positronen nach folgender Reaktion erzeugt:

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Dazu wird Materie mit hoher Kernladungszahl Z in ein Feld intensiver und hochenergetischer γ -Strahlung gebracht. Materialien mit hohem Z sind günstig, da der Wirkungsquerschnitt für die Paarbildung durch γ -Strahlung unterhalb von 20 MeV in etwa proportional zu Z^2 ist [Bucka, 1981]. Die

oben aufgeführte Reaktion kann aufgrund der Impuls- und Energieerhaltung nur in der Nähe von Kernen stattfinden. Deshalb entsteht ein kontinuierliches Positronenspektrum. Positronen Quellen die Positronen durch Paarbildung erzeugen unterscheiden sich hauptsächlich durch unterschiedliche Ausführungen der γ -Quelle.

Bremsstrahlungsquellen

Bei Bremsstrahlungsquellen werden zunächst Elektronen aus einem Beschleuniger auf ein Target geführt, in welchem sie gestoppt werden und demzufolge Bremsstrahlung aussenden. Hierfür werden Linearbeschleuniger benutzt, wodurch ein gepulster Positronenstrahl entsteht. Dies kann für manche Experimente, wie zum Beispiel für Lebensdauermessungen, von Vorteil sein. Ein gepulster Strom kann aber auch durch *debunching* in einen quasi-kontinuierlichen Strahl überführt werden. Dadurch bleibt die zeitlich gemittelte Intensität des Positronenstrahls erhalten, aber sehr hohe Intensitätsspitzen werden vermieden. Nötig ist dies vor allem, wenn die verwendeten Detektoren oder deren Ausleseelektronik die hohen Intensitätsspitzen nicht verarbeiten können, wohl aber eine niedrigere kontinuierliche Intensität.

Reaktorquellen

Je nach Konzeption wird bei diesem Quellentyp entweder direkt die hohe γ -Strahlung in der Nähe des Reaktorkerns genutzt, um Positronen durch Paarbildung zu erzeugen, oder es werden erst hochenergetische γ -Quanten über (n, γ) Reaktionen erzeugt. Für die erste Methode sei hier die Quelle am Forschungsreaktor der Universität von Delft genannt und für die zweite Methode die Positronenquelle NEPOMUC am Forschungsreaktor der Technischen Universität München.

Weil NEPOMUC die Quelle mit der weltweit höchsten Intensität ist, soll sie hier näher beschrieben werden (für Details siehe Hugenschmidt u. a. [2002]): Die eigentliche Quelle befindet sich in der Spitze eines Strahlrohrs, welches in das Reaktorbecken hineinragt. Dort wird die γ -Strahlung durch den Einfang thermischer Neutronen in einer Kappe aus Kadmium erzeugt. Diese Strahlung trifft auf Platin, welches wie in Abbildung 4 angeordnet ist, und wird dort absorbiert. Das Platin hat dabei mehrere Funktionen (siehe Abbildung 5): Zum einen findet hierin die Paarbildung statt, zum anderen werden die bei der Paarbildung entstandenen Positronen moderiert. Als Moderation bezeichnet man das Bremsen oder Abkühlen der Positronen auf thermische Energien. Ein moderierter Positronenstrahl ist nützlich, weil aus dem Positronenfeld mit nahezu isotroper Geschwindigkeitsverteilung ein monoenergetischer Positronenstrahl erzeugt werden kann. Zusätzlich liegen an den einzelnen Platinsektionen unterschiedliche Potentiale an, um die moderierten Positronen auf geeignete Energien zu beschleunigen. Für alle drei Funktionen hat Platin die nötigen Eigenschaften: Es hat aufgrund seiner hohen Kernladungszahl Z einen hohen Paarbildungswirkungsquerschnitt, es hat gute Moderationseigenschaften und es ist natürlich elektrisch leitend. Nach der Platinstruktur folgt eine Einheit aus elektrischen Linsen, welche die Positronen zu einem Strahl formen und in mehreren Stufen weiter beschleunigen. Dieser Strahl aus Positronen wird dann mit Hilfe eines von Solenoidspulen erzeugten magnetischen Führungsfeldes durch die Reaktorbeckenwand in die Experimentierhalle und zu den einzelnen Experimentierplätzen geführt.

NEPOMUC produziert einen Positronenstrahl mit einem Durchmesser von etwa 7 mm und einer Intensität von etwa $10^9 e^+/s$. Hierbei handelte es sich um moderierte Positronen mit einer maximalen

kinetischen Energie von 1 keV.

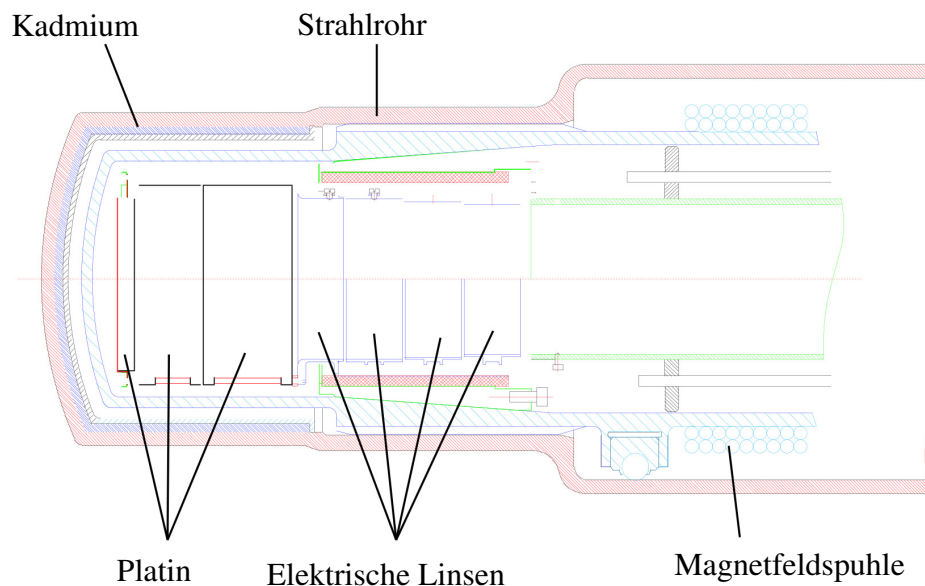


Abb. 4: In dieser Schnittdarstellung ist der Quellteil der intensiven Positronenquelle NEPOMUC zu sehen. Der Quellkopf befindet sich in der Spitze eines Strahlrohrs, das in den Moderatorortank des Reaktors ragt. In der Kadmiumschicht werden durch Einfang von thermischen Neutronen γ -Quanten erzeugt, welche in der Platinstruktur Positronen durch Paarbildung erzeugen. Die einzelnen Platinsektionen, wie auch die elektrischen Linsen, liegen auf unterschiedlichen elektrischen Potentialen, um die Positronen zu beschleunigen. Ein magnetisches Solenoidfeld führt die Positronen durch die Reaktorbeckenwand in die Experimentierhalle und weiter zu den verschiedenen Experimentierplätzen.

1.3 Festkörperphysik mit Positronen

Trifft ein Positron auf ein Festkörper, kann es einer Vielzahl von Prozessen unterliegen. Eine Auswahl davon ist in Abbildung 6 schematisch dargestellt und in der zugehörigen Bildunterschrift erläutert. In dieser Anleitung wird nur die Implantation, die Thermalisierung, der Defekteinfang und die Zeit bis zur Zerstrahlung detaillierter dargestellt. Für eine Erläuterung weiterer Prozesse sei hier z.B. auf das Kapitel „The Fate of Slow Positrons in Condensed Matter“ in [Coleman, 2000] verwiesen.

In Tabelle 1 findet sich eine Übersicht über die Lebensdauer des Positrons in verschiedenen Zuständen und wie lange die unterschiedlichen Prozesse dauern.

1.3.1 Thermalisierung und Implantationsprofil

Als Thermalisierung bezeichnet man das Abbremsen eines Teilchens in einem Medium durch inelastische Stöße, bis es sich im thermischen Gleichgewicht mit diesem befindet und im weiteren nur noch quasielastisch gestreut wird. Welche Streuprozesse für ein Positron dominant sind, ist zum

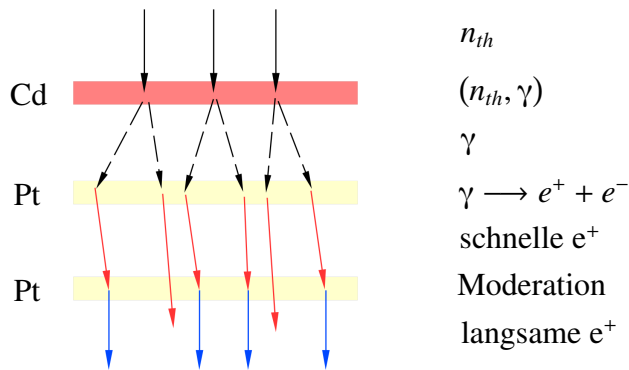


Abb. 5: Zu sehen ist der schematische Ablauf der Positronenerzeugung in der Quellsektion von NEPOMUC. Das Platin hat mehrere Aufgaben: Zum einen ist es das Medium, in dem die Paarbildung stattfindet, zum anderen moderiert es die schnellen Positronen.

Prozess / Lebensdauer	Zeit
Lebensdauer im Vakuum	$2 \cdot 10^{21}$ a
Streuung oder Beugung	$\sim 1 \cdot 10^{-15}$ s
Abbremsung auf \sim Fermi-Energie	$\sim 1 \cdot 10^{-13}$ s
Abbremsung auf thermische Energien	$\sim 1 \cdot 10^{-12}$ s
Freie Diffusion	$\sim 1 \cdot 10^{-10}$ s
Lebensdauer eingefangen in einzelner Leerstelle	$\sim 2 \cdot 10^{-10}$ s
Lebensdauer eingefangen in Mehrfachleerstelle	$\sim 4 \cdot 10^{-10}$ s
Lebensdauer in Oberflächenzustand	$\sim 4-6 \cdot 10^{-10}$ s
Lebensdauer des Positronium Singlett-Zustands (Vakuum)	$\sim 1,25 \cdot 10^{-10}$ s
Lebensdauer des Positronium Triplett-Zustands (Festkörper)	$\lesssim 1,42 \cdot 10^{-07}$ s
Lebensdauer des Positronium Triplett-Zustands (Vakuum)	$\sim 1,42 \cdot 10^{-07}$ s

Tabelle 1: Wichtige Zeitskalen von Positronen nach [Schultz und Lynn, 1988]

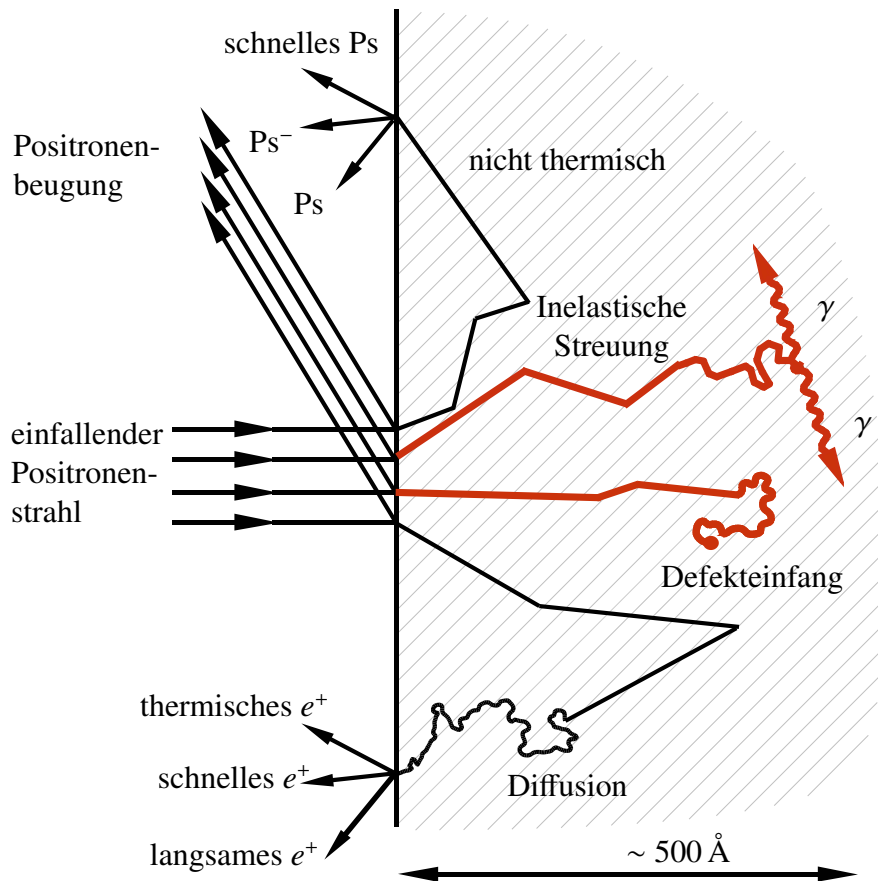


Abb. 6: Das Positron im Festkörper: Einfallende Positronen können an der Oberfläche gebeugt werden oder in den Festkörper eindringen. Im zweiten Fall werden sie durch inelastische Streuprozesse abgebremst. Dabei können sie zur Oberfläche zurückgestreut werden, wo sie den Festkörper als nicht thermalisierte Positronen, gebunden als Positronium (Ps) oder negatives Positroniumion (Ps^-) verlassen können. Im Volumen des Festkörpers thermalisiert das Positron und diffundiert danach als freies Teilchen. Hierbei sind wieder mehrere Folgen möglich: Das Positron zerstrahlt mit einem Elektron in zwei γ -Quanten, es wird in einem Defekt eingefangen, wodurch sich die Zeit bis zur Annihilation verlängert oder es diffundiert bis zur Oberfläche zurück. Im letzten Fall kann das Positron den Festkörper als thermalisiertes Positron verlassen. Voraussetzung ist hierfür, dass der Festkörper eine negative Austrittsarbeit für Positronen besitzt.

einen von der momentanen Energie des Positrons abhängig und zum anderen von dem Material, in dem es sich befindet.

Bei Energien ($E_{\text{fermi}} < E_{e^+} < 100 \text{ keV}$) geschieht das Abbremsen hauptsächlich und nahezu materialunabhängig durch Ionisation und Anregung von gebundenen Elektronen. Ab Energien im Bereich von E_{fermi} muss zwischen Materialien mit und ohne Bandlücke unterschieden werden. Bei Metallen ist die inelastische Streuung an Leitungselektronen und ab $E_{\text{kin}} \sim 10 \text{ eV}$ die Anregung von Plasmonen dominant. Erst ab noch deutlich geringeren Energien (ab $E_{\text{kin}} \sim 1 \text{ eV}$) ist die Phononstreuung ausschlaggebend.

Bei Halbleitern und Isolatoren ist aufgrund der Bandlücke (also wegen dem Fehlen von Endzuständen bei elektrischen Streuprozessen) die Phononstreuung schon früher (ab $E_{e^+} < E_{\text{gap}}$) für den weiteren Energieverlust der Positronen verantwortlich.

Die Thermalisierungszeit von Positronen in Metallen liegt in der Größenordnung von 10 ps. Da der Wirkungsquerschnitt für Phononstreuung geringer ist als für elektrische Streuprozesse, ist die Thermalisierungszeit in Halbleitern und Isolatoren erhöht. Zum Teil ist in diesen Materialien die Thermalisierungszeit länger als die Lebensdauer der Positronen im Festkörper. In diesem Fall annihilieren die Positronen nicht im thermischen Gleichgewicht [Coleman, 2000; Puska und Nieminen, 1994; Schultz und Lynn, 1988].

Obwohl das Positron sehr ähnlich wie ein Elektron im Festkörper abgebremst wird, gibt es dennoch einen wichtigen Unterschied. Aufgrund des Pauli-Verbots sind die energetisch niedrigsten Zustände im Festkörper schon von Elektronen besetzt. Daher kann ein zusätzliches Elektron diese Zustände nicht mehr einnehmen. Im Gegensatz dazu befindet sich auch bei den intensivsten zur Verfügung stehenden Positronenquellen immer nur ein Positron im Festkörper, so dass der energetisch niedrigste Zustand nicht besetzt ist. Positronen können also im Festkörper vollständig thermalisiert werden.

Das Implantationsprofil von Positronen in Materie lässt sich durch Näherungsformeln beschreiben. Für Positronen mit einer kinetischen Energie im Bereich von $0,15 \text{ MeV} < E_{e^+} < 0,8 \text{ MeV}$ kann die mittlere Positroneneindringtiefe \bar{z} näherungsweise durch

$$\bar{z} = \frac{0,407 \text{ g cm}^{-2}}{\rho} \cdot (E_{e^+}/\text{MeV})^{1,38}$$

ermittelt werden, wobei E_{e^+} in MeV und ρ in g cm^{-3} eingesetzt werden [Siegbahn, 1968].

Bei geringeren Energien ($E_{e^+} < 100 \text{ keV}$) können Vorhersagen über das Implantationsprofil durch Monte-Carlo-Simulationen getroffen werden, in welchen die Wirkungsquerschnitte der Streuprozesse berücksichtigt werden [Puska und Nieminen, 1994].

1.3.2 Diffusion und Einfang

Die Diffusionslänge eines thermalisierten Positrons kann für die meisten Festkörper aus

$$L_+ = \sqrt{6 \cdot D_{e^+} \cdot \tau_{e^+}}$$

errechnet werden. Mit einer Diffusionskonstante $D_{e^+} \approx 0,1 - 1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ und einer mittleren Lebensdauer $\tau_{e^+} \approx 100 - 200 \text{ ps}$ ergibt sich daraus eine Diffusionslänge $L_+ \approx 0,1 - 0,4 \mu\text{m}$ [Schultz und Lynn, 1988].

Während der Diffusion kann ein Positron von einer Haftstelle eingefangen werden. Solche Haftstellen sind z.B. atomare Leerstellen, Mikrohohlräume, Versetzungen sowie Korn- und Phasengrenzen. An diesen Defekten fehlen die positiv geladenen Atomrümpfe, weshalb sie ein attraktives Potential gegenüber dem ungestörten Festkörper darstellen (siehe Abbildung 7). Beispielsweise beträgt dieses Potential für Einfachleerstellen eine Tiefe von etwa 1 eV, was ein Entkommen eines thermalisierten Positrons innerhalb seiner Lebensdauer unmöglich macht. Anhand der Abbildung 7 lässt sich auch die hohe Defektsensitivität der Positronen erklären: Positronen können über einen Bereich von vielen Gitterkonstanten frei diffundieren, bis sie von einem Defekt eingefangen werden.

Dieses klassische Bild ist zwar sehr anschaulich, jedoch ist ein quantenmechanisches Modell zur genaueren Beschreibung der Diffusion und des *Defect-Trappings* besser geeignet. In diesem Modell ergibt sich für die Positronenwellenfunktion im perfekten Kristall ein delokalisiertes Bloch-Zustand, welcher sich über viele Gitterkonstanten ausdehnt. An einer Defektstelle lokalisiert sich das Wellenpaket aufgrund der veränderten Potentialverhältnisse und die Aufenthaltswahrscheinlichkeit wird entsprechend groß. Nur mit diesem quantenmechanischen Bild lassen sich andere Phänomene, wie die Streuung eines Positrons an einem Defekt, überhaupt erst verstehen und darüberhinaus quantifizieren.

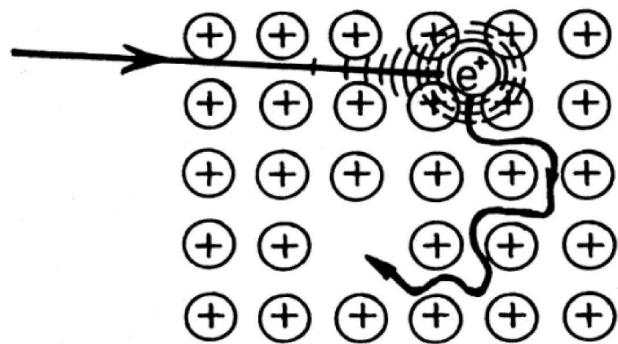


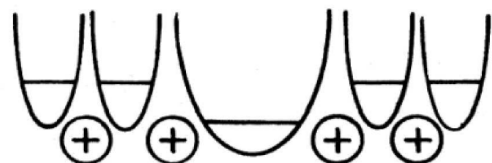
Abb. 7:

Oben: Nach nur wenigen Pikosekunden ist das Positron thermalisiert. Danach kann es innerhalb seiner Lebensdauer frei durch den Festkörper diffundieren bis es z.B. durch eine atomare Fehlstelle eingefangen wird.

Unten: Haftstellen besitzen gegenüber Positronen ein attraktives Potential. Durch die Tiefe von etwa 1 eV kann ein thermalisiertes Positron daraus praktisch nicht mehr entkommen.

Die große Diffusionslänge des Positrons und das attraktive Potential von Defekten sind Grundlage der hohen Defektsensitivität von Experimenten mit Positronen.

[Schultz und Lynn, 1988]



1.3.3 Zerstrahlung

Trifft ein Positron auf ein Elektron im Festkörper, so annihilert es in den meisten Fällen in 2 γ -Quanten³. Im Schwerpunktsystem werden die beiden γ -Quanten aufgrund der Energie- und Impulserhaltung genau unter 180° und mit einer Energie von jeweils 511 keV ausgesandt. Bei Messungen

³Frage: Gilt dies auch für den Fall, wenn ein Positron und ein Elektron im Vakuum aufeinander treffen? (Hinweis: Singulett/Triplet-Zustand des Positron-Elektron-Systems)

dieser Quanten im Laborsystem stellt man jedoch kleine Abweichungen fest, wodurch sich Aussagen über den untersuchten Festkörper treffen lassen.

Im Vakuum, in Gasen und in einigen Isolatoren kann das Positron Positronium bilden. Positronium ist ein wasserstoffähnlicher gebundener Zustand von Elektron und Positron. Je nachdem, ob das Elektron einen Spin antiparallel oder parallel zum Positronenspin besitzt, bezeichnet man es als Para- oder Orthopositronium. Ersteres besitzt einen Gesamtspin von null (Singulettzustand), zweiteres ist ein Triplettzustand und hat einen Spin von eins. In Metallen ist die Bildung von Positronium aufgrund der Leitungselektronen unterdrückt, da diese die Ladung des Positrons abschirmen. Die Lebensdauern der beiden Zustände unterscheiden sich sowohl untereinander als auch gegenüber der Lebensdauer des freien Positrons im Festkörper (siehe Tabelle 1) [Schatz und Weidinger, 1997].

1.4 Experimentelle Methoden

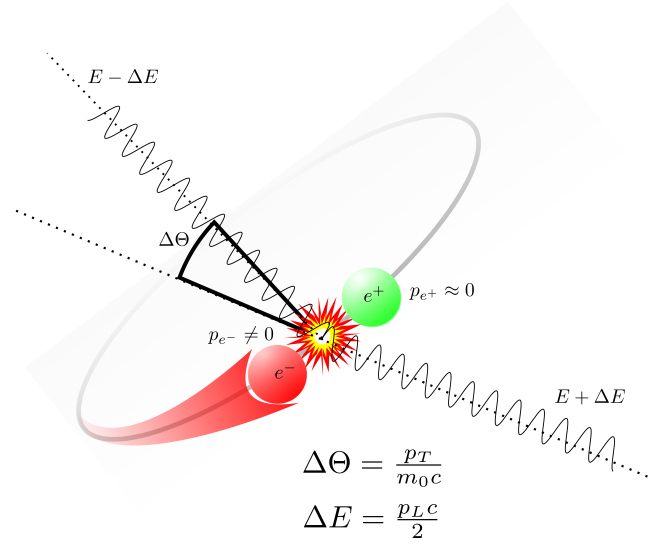
Entsprechend den vielfältigen Prozessen, denen das Positron im Festkörper unterliegt, gibt es auch eine Vielzahl von experimentellen Methoden, die das Positron als Sondenteilchen nutzen, um Aussagen über die zu untersuchende Probe zu treffen. Aufgrund der großen Diffusionslänge der Positronen und des attraktiven Potentials, das Defekte für Positronen darstellen, sind sie sehr sensitiv gegenüber Defekten in der Probe. So können Defektkonzentrationen von bis zu 10^{-7} pro Atom nachgewiesen werden. Annihiliert ein Positron mit einem Elektron im Festkörper, so werden wie in Abschnitt 1.4.1 beschrieben im Schwerpunktsystem 2 γ -Quanten unter genau 180° emittiert. Das thermalisierte Positron trägt dabei einen vernachlässigbaren Impuls. Die Elektronenenergien im Festkörper reichen jedoch bis zur Fermi-Energie, die typischerweise ca. 10eV beträgt. Der Impuls der Elektronen führt dementsprechend dazu, dass die Annihilationsquanten im Laborsystem dopplerverschoben sind. Da die Emissionsrichtung der γ -Quanten isotrop verteilt ist, ergibt sich damit eine symmetrische Verbreiterung der Annihilationslinie. Die Messung dieser Dopplerverbreiterung wird als DBS (Doppler Broadening Spectroscopy) bezeichnet. Da die Elektronen auch über einen Transversalimpuls verfügen (senkrecht zur Emissionsrichtung der γ -Quanten), geht im Laborsystem die Kollinearität verloren. Durch die Messung der Abweichung von 180° kann der Transversalimpuls sehr genau vermessen werden. Dieses Verfahren wird als ACAR bezeichnet (Angular Correlation of Annihilation Radiation). Durch Drehen von einkristallinen Proben können damit Fermi-Flächen vermessen werden. Der Vollständigkeit halber sei hier noch die positroneninduzierte Auger-Elektronen Spektroskopie (PAES) erwähnt, bei der die Oberfläche von Proben sehr genau untersucht werden kann.

Da in diesem Versuch ACAR angewendet werden soll wird diese Methode im Folgenden näher erläutert:

1.4.1 ACAR-Spektroskopie

Wie schon erwähnt thermalisieren Positronen im Festkörper sehr schnell. Sie können in erster Näherung als ruhend angenommen werden. Die Positronen zerstrahlen mit den vorhandenen Elektronen unter Aussendung zweier kollinearere γ -Quanten. Durch den Transversalimpuls der Elektronen weicht der Winkel der emittierten γ -Quanten im Laborsystem aber von 180° ab (siehe Abbildung 8).

Abb. 8: Schematische Darstellung der Positronenannihilation: Durch den Elektronenimpuls haben die beiden γ -Quanten eine kleine Winkelabweichung von ihrer Kollinearität



Die Winkelabweichung $\Delta\Theta$ ist gegeben durch

$$\Delta\Theta \approx \sin(\Delta\Theta) = \frac{p_{\perp}}{m_0 c}.$$

Mit der transversalen Komponente des Elektronenimpulses p_{\perp} , der Ruhemasse des Elektrons m_0 und der Lichtgeschwindigkeit c . Durch Messung der Winkelabweichung kann man nun den Elektronenimpuls in transversaler Richtung zum Detektor berechnen. Würde man zur Winkelabweichung noch die Dopplerverschiebung bestimmen, könnte man direkt die elektronische Impulsdichte $\rho(\mathbf{p})$ erhalten. In der Praxis ist es leider nicht möglich die Winkelabweichung und die Dopplerverschiebung gleichzeitig mit ausreichender Genauigkeit zu messen. Deshalb erhält man beim 2D-ACAR bzw. 1D-ACAR lediglich die Größen $\rho(\mathbf{p}_{xy})$ bzw. $\rho(\mathbf{p}_x)$:

$$\rho(\mathbf{p}_{xy}) = \int \rho(\mathbf{p}) \, dz$$

$$\rho(\mathbf{p}_x) = \int \int \rho(\mathbf{p}) \, dy \, dz$$

Es ist also stets nur eine Projektion der Fermi-Fläche experimentell zugänglich. Um die dreidimensionale Elektronenimpulsdichte zu rekonstruieren werden ACAR Spektren unter verschiedenen Blickrichtungen aufgenommen und mithilfe von Methoden die auch in der Computertomographie verwendet werden wieder zu dreidimensionalen Impulsdichten $\rho(\mathbf{p})$ zusammengesetzt.

Für ein genaueres Verständnis von ACAR muss man $\rho(\mathbf{p})$ quantenmechanisch betrachten (siehe z. B. Laverock u. a. [2010]): Der Zustand i eines Elektrons im Festkörper ist festgelegt durch seinen Bandindex j und den Wellenvektor \mathbf{k} :

$$i = i(j, \mathbf{k})$$

Sei $\Psi_i^{\text{ep}}(\mathbf{r})$ die Vielteilchen-Wellenfunktion von Elektron und Positron am Ort \mathbf{r} im i -ten Zustand, dann lässt sich ρ wie folgt schreiben:

$$\rho(\mathbf{p}) = \sum_{i, \mathbf{G}} n_i |C_{i, \mathbf{G}}|^2 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{k} - \mathbf{G}) \quad (1)$$

wobei n_i die Besetzungswahrscheinlichkeit für Zustand i ist und die Deltafunktion alle Beiträge auf das reziproke Gitter mit den Gitterpunkte \mathbf{G} verteilt. Die $C_{i,\mathbf{G}}$ stehen für die Impulskomponenten der Elektron-Positron Wellenfunktion:

$$C_{i,\mathbf{G}} = \int_V d^3\mathbf{r} \exp(-i(\mathbf{k} + \mathbf{G})\mathbf{r}) \Psi_i^{\text{ep}}(\mathbf{r}) \quad (2)$$

Näherungsweise ist es möglich die Elektron-Positron Wellenfunktion als Produkt der Einteilchen-Wellenfunktionen zu schreiben:

$$\Psi_i^{\text{ep}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \Psi_i(\mathbf{r}') \Psi_i^+(\mathbf{r}) \sqrt{\gamma_i(\mathbf{r})}$$

Der Faktor $\gamma_i(\mathbf{r})$ berücksichtigt die Wechselwirkung zwischen Elektron und Positron. Im Allgemeinen ist er abhängig vom Ort und dem Zustand des Elektrons. In den meisten Fällen bewirkt die Wechselwirkung eine Überbetonung („enhancement“) der Zustände nahe der Fermi-Kante, weil mit diesen Zuständen das Positron besonders gut wechselwirken kann [Kahana, 1963]. Der Einfachheit halber ignorieren wir in diesem Versuch die enhancement-Effekte und setzen $\gamma_i(\mathbf{r}) = 1$.

Es ist leicht möglich Gleichung 1 in eine etwas anschaulichere Form zu bringen. Wie vorher erwähnt, wird mit n_i die Besetzungswahrscheinlichkeit des i -ten Zustands bezeichnet. Da bei $T=0$ alle Zustände bis zur Fermi-Energie aufgefüllt sind gilt: $n_i = \Theta(E_F - E_i)$. Diese Relation kann auch als Näherung bei Zimmertemperatur verwendet werden, weil der Unterschied in der Fermi-Verteilung sich experimentell nicht auflösen lässt. Gleichung 1 hat nun folgende Form:

$$\rho(\mathbf{p}) = \sum_{i,\mathbf{G}} \Theta(E_F - E_i) |C_{i,\mathbf{G}}|^2 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{k} - \mathbf{G}) \quad (3)$$

Die $C_{i,\mathbf{G}}$ liefern nur Beiträge wenn der Zustand i unterhalb der Fermi-Energie liegt. Alle Bänder die vollständig unter der Fermi-Energie liegen geben einen kontinuierlichen Beitrag. Im Gegensatz dazu liefern Bänder die die Fermi-Energie schneiden durch die Thetafunktion eine Unstetigkeit. Diese Unstetigkeit und damit die Form der Fermi-Fläche lässt sich dann aus den Messdaten bestimmen.

1.5 Gammaskopie

Für die Messung eines ACAR-Spektrums ist es nötig an zwei verschiedenen Orten jeweils ein Gammaquant zu detektieren. Um hochenergetische Gammaquanten nachzuweisen und deren Energie zu bestimmen, gibt es eine Vielzahl von unterschiedlichen Detektortypen. Vor allem Szintillationsdetektoren und Halbleiterdetektoren eignen sich dazu. Für den 1D-ACAR Versuch ist hauptsächlich eine hohe Detektionswahrscheinlichkeit ausschlaggebend weshalb hier Szintillationsdetektoren verwendet werden, die im folgenden näher erläutert werden:

1.5.1 Szintillationsdetektoren

Bei Szintillationsdetektoren werden zunächst durch γ -Absorption schnelle Elektronen erzeugt, welche Leuchtzentren in einem Szintillatorkristall anregen können. Diese gehen darauf hin durch Aussendung von Licht wieder in den Grundzustand über. Hier sind zwei Mechanismen möglich: Fluoreszenz, also die prompte Emission von sichtbarem Licht, und Phosphoreszenz, die Emission über

	Dichte (g cm ⁻¹)	Wellenlänge Max. Intensität (nm)	Abklingzeit (μs)	Quantenausbeute (Photonen/MeV)	Schwächungs- koeffizient (cm ⁻¹)
NaJ(Tl)	3,67	415	0,23	38000	0,324
BGO	7,13	480	0,30	8200	0,906
BaF ₂	4,89	220	0,0006	1400	0,429

Tabelle 2: Physikalisch relevante Größen einiger ausgewählter Szintillatoren. Die Daten wurden aus [Knoll, 2000] und [Photon Cross Sections Database 2016] entnommen. Der Schwächungskoeffizient bezieht sich auf eine γ -Energie von 511 keV und ist ohne den Anteil der kohärenten Streuung angegeben.

einen größeren Zeitraum. Das vom Szintillator erzeugte Licht wird mit Hilfe eines nachgeschalteten Photomultipliers nachgewiesen. Man unterscheidet anorganische und organische Szintillatoren. Ein typisches organisches Szintillatormaterial ist zum Beispiel Anthrazen. Die am häufigsten verwendeten anorganischen Szintillatoren sind NaJ(Tl), BGO und BaF₂, wobei die Auswahl des Materials durch die jeweilige Anwendung bestimmt wird. Die für die Anwendung entscheidenden Größen dieser Materialien sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Wie aus der Tabelle 2 ersichtlich ist, verfügt NaJ(Tl) über eine sehr hohe Quantenausbeute, woraus eine gute Energieauflösung im Vergleich zu den anderen genannten Szintillatoren resultiert. Allerdings absorbiert dieses Material mit seiner relativ geringen Dichte von 3,67 g/cm weniger Photonen, so dass die Nachweiswahrscheinlichkeit auch geringer ist als bei BGO und BaF₂. BGO andererseits hat eine hohe Dichte, so dass die Nachweiswahrscheinlichkeit deutlich größer ist als bei NaJ(Tl) und BaF₂, verfügt aber nur über eine Quantenausbeute von 8200 Photonen/MeV. Dadurch lässt sich mit einem BGO-Kristall keine so gute Energieauflösung erreichen wie mit einem NaJ(Tl)-Szintillator. Für zeitauflösende Messungen muss die Anstiegszeit des Lichtsignals sehr kurz sein, was bei NaJ(Tl) und BGO nicht der Fall ist. BaF₂ dagegen erfüllt diese Voraussetzung. Zusätzlich klingen sowohl NaJ(Tl) als auch BGO nach Anregung durch ein Gammaquant relativ lange ab, wodurch es bei Verwendung dieser Materialien unter hohen Zählraten schnell zu sogenannten Pile-Up-Effekten kommt. Aus Tabelle 2 ist ersichtlich, dass BaF₂ eine sehr kurze Abklingzeit von nur 200 ps hat. Zusammen mit der schnelle Anstiegszeit des Signals ergibt sich daraus die hervorragende Eignung von BaF₂ für Timing-Spektroskopie. Für die 2D-ACAR-Spektroskopie wiederum ist eine hohe Quantenausbeute entscheidend. Nicht unbedingt wegen der Energieauflösung, sondern weil so die Position des γ -Quants auf dem Kristall mit einem guten Signal-zu-Rauschen-Verhältnis ermittelt werden kann. Deswegen werden dort NaJ(Tl) Einkristalle eingesetzt. Da für 1D-ACAR nur die Nachweiswahrscheinlichkeit wichtig ist liegt es nahe BGO-Kristalle zu verwenden.

Um einen Spannungspuls zu erhalten der proportional zur Intensität des Szintillationslichtpulses ist wird ein Photomultiplier auf den Szintillator geklebt (siehe Abbildung 9). Dabei ist zu beachten, dass der Photomultiplier eine möglichst große Nachweiswahrscheinlichkeit in dem Wellenlängenbereich hat, in dem der jeweilige Szintillator Licht emittiert. So muss das Eintrittsfenster des Photomultipliers für ultraviolettes Licht durchlässig sein, wenn der verwendete Szintillator in diesem Wellenlängenbereich emittiert. Im Photomultiplier befindet sich eine semitransparente Photokathode. Photonen, die auf die Photokathode treffen, lösen durch den Photoeffekt Elektronen aus, die über mehrere sogenannte Dynoden auf eine Anode hin beschleunigt werden. Bei jedem Auftreffen auf eine Dynode werden Sekundärelektronen ausgelöst, die ihrerseits wiederum neue Sekundärelektronen in der folgenden Dynode auslösen. Dadurch kommt es zu einer Elektronenlawine, die einen leicht

messbaren Spannungspuls in der Anode auslöst. Je nach Photomultiplier werden Verstärkungsfaktoren von 10^7 bis 10^{10} erreicht.

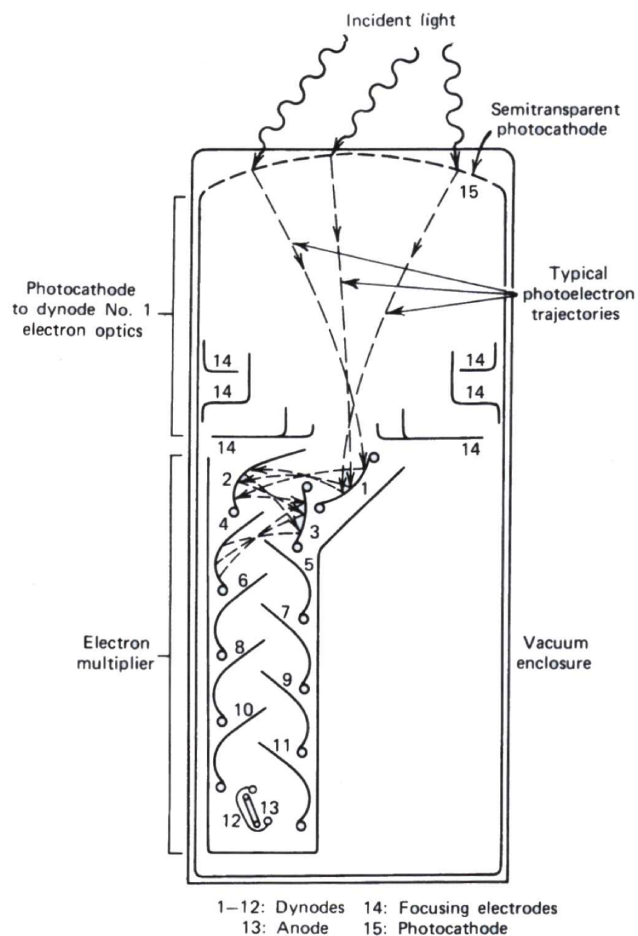


Abb. 9: Aufbau eines Photomultipliers: Das Licht aus dem Szintillator schlägt Elektronen aus der Photokathode, welche durch eine geeignete Elektronenoptik auf die erste Dynode des Sekundärelektronenvervielfachers beschleunigt werden. An jeder Dynode erzeugt ein primäres Elektron bis zu 10 Sekundärelektronen. Durch die Anordnung von mehreren Dynoden kann somit ein Verstärkungsfaktor von bis zu 10^{10} erreicht werden. [Knoll, 2000]

1.5.2 Nuklearelektronik

Die folgenden Anmerkungen sind aus [Leo, 1994] entnommen. Dieses Werk bietet einen ausführlichen und gut verständlichen Überblick über Techniken für die Teilchen- und Kernphysik. Es dient sowohl als Lehr- wie auch Nachschlagewerk für einzelne Komponenten und komplette Aufbauten wie sie in den oben genannten Bereichen üblich sind.

Standards der Nuklearelektronik

Aufgrund der vielfältigen Fragestellung in der Teilchen und Kernphysik ist entsprechend breit gefächerte Messelektronik nötig um den jeweiligen Anforderungen gerecht zu werden. Deshalb hat sich ein modularer Aufbau aus relativ einfachen Einzelkomponenten (Verstärker, Analog-Digital-Wandler usw.) durchgesetzt. Dies hat den Vorteil, dass die Aufbauten einfach modifiziert, aufgerüstet oder für andere Experimente auch komplett neu verschaltet und somit wiederverwendet werden können. Dadurch werden nicht nur Kosten reduziert, sondern es verkürzen sich auch die Aufbauzeiten.

Um die Kompatibilität zwischen den einzelnen Komponenten zu gewährleisten wurden Standards geschaffen, die sowohl mechanische wie auch elektrische Anforderungen definieren. Im Wesentlichen gibt es drei solche Standards: CAMAC, FASTBUS und NIM. Der erste Standard wurde für die einfache Übertragung und Verarbeitung von digitalen Daten zwischen einzelnen Komponenten entwickelt. FASTBUS stellt eine Weiterentwicklung dieses digitalen Standards da. Beide wurden in Hinblick auf die Verwendung mit frei programmierbaren Computern entwickelt. Im Rahmen des NIM-Standards ist zwar neben der Verarbeitung von analogen Signalen auch die Verarbeitung von digitalen Information vorgesehen, jedoch beschränkt sich dies auf einzelne binärer Zustände (Signal liegt an oder liegt nicht an usw.). Da in diesem Praktikumsversuch ausschließlich NIM-Komponenten verwendet werden, werden im folgenden auch nur solche näher beleuchtet.

Signale in der Nuklearelektronik

Um zu verstehen, wie einzelne Komponenten arbeiten und wie ihr Zusammenspiel funktioniert, soll zunächst ein Überblick gegeben werden, was für Signale überhaupt verarbeitet werden sollen und wie diese aussehen. Nahezu bei jedem Experiment muss das Signal eines oder mehrerer Detektoren analysiert werden. Der Detektor liefert also das Ursprungssignal und steht somit am Anfang der Liste an Komponenten, die in einem Versuch miteinander verbunden werden müssen. Das Detektorsignal hat dabei folgende (relevante) Eigenschaften:

- Signal ist aufgetreten
- Zeitpunkt des Auftretens
- Signalthöhe
- Signalbreite
- Signalform

Bezüglich dieser Eigenschaften kann das Signal analysiert und Information gewonnen werden. Die Eigenschaften eines Signals können dabei zunächst in zwei Gruppen eingeteilt werden: logische Eigenschaften (dazu gehört z.B. der erste Punkt in obiger Liste) und analoge Eigenschaften.

Darüber hinaus wird unterschieden zwischen *schnellen* und *langsamen* Signalen. Bei schnellen Signalen ist die Nuklearelektronik - wie der Name nahe legt - vor allem auf eine schnelle Verarbeitung optimiert wodurch Zeitinformationen erhalten bleiben. Dies führt jedoch oft zu einer Unschärfe der Signalthöhe und somit zu einer schlechteren Energieauflösung. Bei der Verarbeitung von langsamen Signalen verhält es sich in umgekehrter Weise und es wird besonderen Wert auf den Erhalt bzw. der Analyse der (relativen) Signalthöhe gelegt.

2 Versuchsaufbau

In diesem Abschnitt soll der Versuchsaufbau näher erläutert werden. Das Prinzip der ACAR-Messung wurde bereits in Kapitel 1.4.1 beschrieben.

2.1 Übersicht

Wie in Abbildung 10 zu sehen ist, besteht der Versuchsaufbau aus zwei Detektoren, die im Abstand von 2 m auf zwei Aluminiumprofilen angebracht sind. Während das eine Aluminiumprofil fest ist, lässt sich das andere Profil über einen Schrittmotor bewegen. Dadurch wird der Winkel eingestellt unter dem die Detektoren γ -Quanten registrieren. Auf der Skizze ist in der Mitte zwischen beiden Detektoren der Quellen- und Probenhalter gut zu erkennen. Im richtigen Experiment ist dieser allerdings hinter einer Bleiburg verborgen.

Bei den meisten Laborexperimenten mit Positronen wird aus den in Kapitel 1.2.1 genannten Gründen vorwiegend ^{22}Na als Quelle verwendet. Das ^{22}Na selbst befindet sich in einer standardisierten Querkapsel. Da ^{22}Na in alle Raumrichtungen emittiert wurde es auf einem Tantal-Reflektor angebracht der einen Teil der nach hinten emittierten Positronen nach vorne reflektiert. Die Positronen können die Kapsel durch ein dünnes Aluminiumfenster verlassen. Die Quelle wiederum ist in einen Wolframstab eingebettet (siehe Abbildung 11). Dieser dient zur seitlichen und rückwärtigen Abschirmung vor der Annihilationsstrahlung. Zusätzlich ist der Wolframstab fest in eine Bleiburg eingebaut, um die Strahlenbelastung für die Experimentatoren auf ein Minimum zu beschränken. Zur Messung wird eine Probe auf dem Probenhalter fixiert und die Quelle durch die Positionierschraube ca. 1 cm vor die Probe gebracht. Gammastrahlung, die in der Probe entsteht, kann die Bleiburg nur in Richtung der Detektoren durch zwei schmale Kollimatoren verlassen.

Die Detektoren bestehen aus jeweils einem BGO Kristall mit den Maßen $82\text{ mm} \times 30\text{ mm} \times 10\text{ mm}$ der optische an einen Photomultiplier gekoppelt ist. Um ein ACAR-Spektrum aufzunehmen werden beide Detektoren mit Hochspannung von etwa 900 V versorgt. Die Detektorsignale haben die Form einer abfallenden Exponentialfunktion (Frage: Können Sie dies erklären?). In der Fläche unter der Kurve ist die Information über die Energie des detektierten γ -Quants codiert. Der Spectroscopy Amplifier wandelt die Flächeninformation in die Amplitude eines gaußförmigen Pulses um. Nun können die Signale vom sogenannten „Single Channel Analyser“ (SCA) verarbeitet werden. Der SCA analysiert, ob die Amplitude über einem unteren Schwellwert und unter einem oberen Schwellwert liegt. Er sollte so eingestellt sein, dass er nur Signale die von 511 keV γ -Quanten herrühren akzeptiert. Falls der SCA ein solches Ereignis feststellt gibt er ein TTL-Signal aus. Als nächstes überprüft eine Koinzidenzeinheit ob gleichzeitig an beiden Detektoren ein Ereignis stattgefunden hat. In diesem Fall löst die Koinzidenzeinheit einen Zähler aus, der die Anzahl der Ereignisse zählt. Dieser Zähler kann über einen PC ausgelesen werden. Ebenfalls über den PC kann ein Schrittmotor angesteuert werden mithilfe dessen Detektor 2 vertikal verfahren wird. Dadurch wird der Winkel eingestellt, unter dem γ -Quanten detektiert werden.

Für die Messung eines 1D-ACAR Spektrums werden unterschiedliche Winkel angefahren und an jedem für die gleiche Zeit gemessen. Die Intensität bzw. die Anzahl der Ereignisse ist direkt proportional zur eindimensionalen Projektion der Elektronenimpulsdichte.

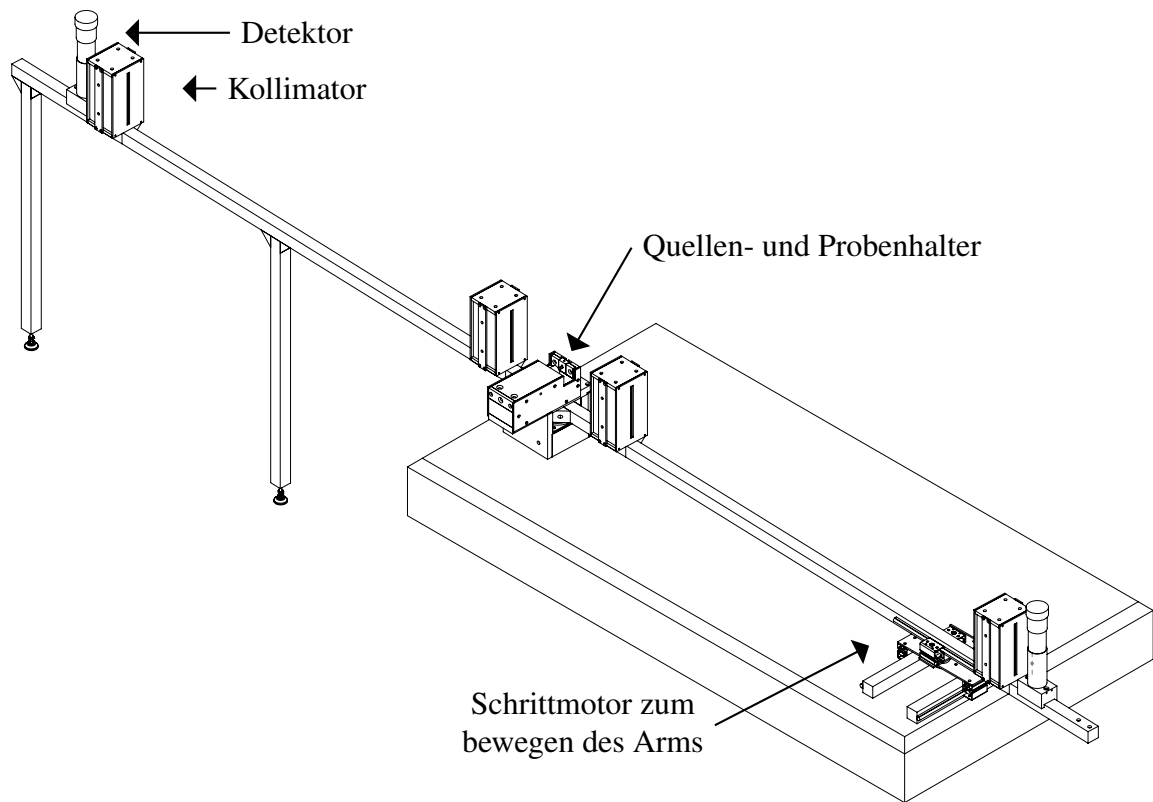


Abb. 10: Zeichnung des Versuchsaufbaus

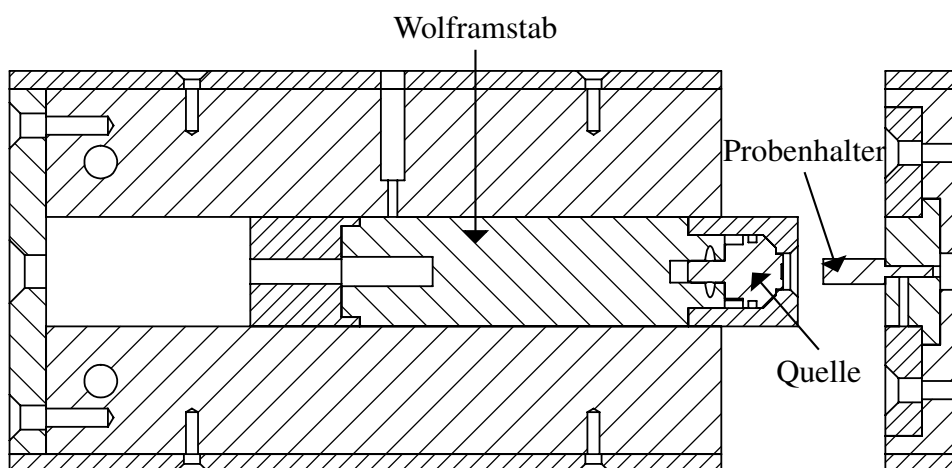


Abb. 11: Schnittansicht vom Quellen- und Probenhalter

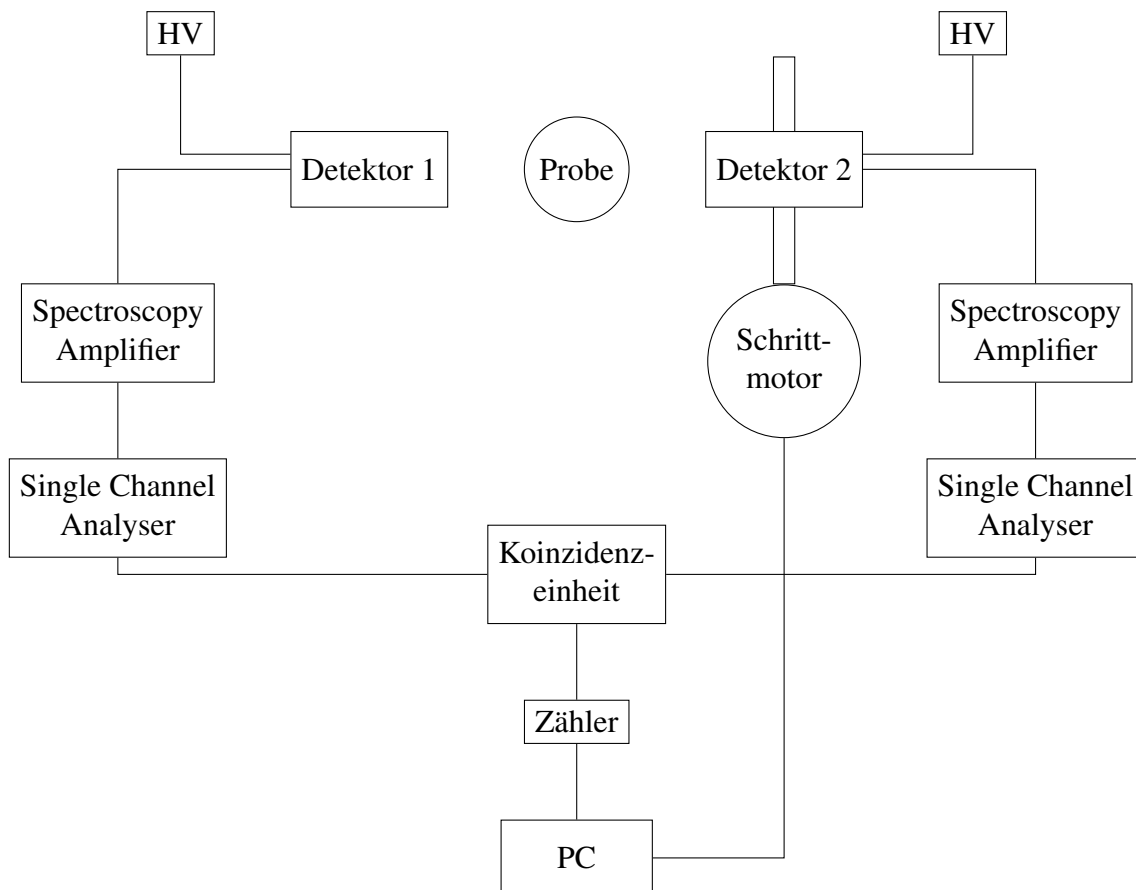


Abb. 12: Schematische Verschaltung des Versuchs: Die zwei Detektoren sind jeweils mit Hochspannung und einem Spectroscopy Amplifier verbunden. Mit den Single Channel Analysen wird nach Signalen mit einer Energie von 511 keV gesucht. Falls gleichzeitig zwei Signale mit dieser Energie auftreten, erkennt dies die Koinzidenzeinheit und gibt ein Signal an den Zähler weiter. Der Zähler wird nach vorgegebener Zeit von einem PC ausgelesen. Mit dem Schrittmotor kann Detektor 2 horizontal verstellt werden wodurch Messungen unter verschiedenen Winkeln möglich sind.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Einstellen der Elektronik

Bevor eine Messung möglich ist, müssen zunächst die NIM-Komponenten verbunden und kalibriert werden. Dazu sind folgende Schritte notwendig:

- Verbinden Sie die Hochspannungsquelle mit den Photomultipliern und stellen Sie die entsprechenden Spannungen ein (die Spannungen stehen auf den Multipliern).
- Schauen Sie sich die Photomultiplier Signale auf dem Oszilloskop an. Was ist zu sehen?
- Verbinden Sie nun die Photomultiplier mit den Spectroscopy Amplifier (SA). Schauen Sie sich wiederum die Signale die aus den SAs am Oszilloskop an. Was ist zu sehen?

Im nächsten Schritt sollen die Single Channel Analyser (SCAs) verbunden und so eingestellt werden, dass sie Energien von 511 keV erkennen. Zu diesem Zweck ist es nützlich die Nachleuchtzeit am Oszilloskop zu erhöhen.

- Betrachten sie die Signale eines SAs mit erhöhter Intensität. Gibt es eine Auffälligkeit? Können Sie den 511 keV Photopeak identifizieren?
- Verbinden Sie den SA-Ausgang von Detektor 1 mit einem SCA und zusätzlich mit dem Eingang des Oszilloskop. Verbinden Sie des weiteren den Ausgang des SCAs mit dem Triggereingang des Oszilloskop.
- Stellen Sie das Oszilloskop auf externen Triggermodus.
- Verstellen Sie den unteren und den Oberen Schwellwert des SCAs. Was kann man dabei am Oszilloskop beobachten?
- Stellen Sie den SCA so ein, dass er nur auf Signale mit 511 keV triggert.

Nun muss noch SCA 2 nach vorangegangener Anleitung kalibriert werden. Ist dies geschehen, können die SCAs mit der Koinzidenzeinheit verbunden werden. Stellen Sie sicher, dass wirklich nur gleichzeitige Signale akzeptiert werden. Zuletzt wird noch der Ausgang der Koinzidenzeinheit mit dem Zähler verbunden.

Um den Zähler vom PC aus anzusteuern wird dieser, ebenso wie die Schrittmotorsteuerung über USB- und D-Sub-Kabel mit dem PC verbunden. Die Elektronik ist nun betriebsbereit und Sie können mit der Programmierung eines Messskripts beginnen.

3.2 Programmieren mit Python

Da die Messzeit, die benötigt wird um die Projektion einer Fermi-Fläche aufzunehmen ca. 1 Woche beträgt, ist es nicht zweckmäßig den Zähler für jeden Messpunkt von Hand auszulesen. Deswegen soll für den Versuch ein Programm geschrieben werden, das mithilfe des Schrittmotors einen Winkel anfährt, eine bestimmte Zeit wartet und dann den Zähler ausliest. Für das Python Messskript gibt es vordefinierte Klassen zum Steuern des Versuchsaufbaus. Es soll ein Skript geschrieben, welches die Datenaufnahme steuert und die Messung am Ende in eine Datei speichert. Sie können sich dabei an der Struktur eines unfertigen Messskripts orientieren. Zum schreiben des Programms ist es nützlich

sich schon vorher über folgende Fragen Gedanken zu machen:

- Wie groß ist die experimentelle Auflösung?
- Wie groß ist demnach eine sinnvolle Winkelschrittweite?
- Welcher Bereich muss mindestens abgedeckt werden um den Fermi-Impuls von Aluminium zu bestimmen?
- Wie viel Messpunkte werden demnach aufgenommen?
- Um welchen Winkel verschiebt der Schrittmotor den Detektor bei einem Schritt?
- Ist es wichtig die optische Achse genau zu kennen?

Bitte beachten Sie, dass die Schrittmotorachse 1,25 m von der Probe entfernt ist, der Detektor selbst aber nur 1 m.

3.3 Messung des Acar Spektrums

Wenn Sie mit dem Programmieren fertig sind können Sie die Messung starten. Bitte achten Sie darauf, dass das Speichern der Daten wirklich funktioniert (*schneller Testlauf!*). Vergessen Sie auch nicht, den Detektor an eine sinnvolle Startposition zu fahren. Als Probe wird entweder polykristallines Aluminium, Kupfer oder Magnesium verwendet. Fragen Sie Ihren Versuchsbetreuer was aktuell gemessen wird. Die Probe bleibt während des ganzen Versuchs fest eingebaut.

Im Versuch werden nicht nur die Koinzidenzen-Ereignisse aufgenommen, sondern auch die Ereignisse, die lediglich im verfahrenen Detektor registriert wurden. Da sich die Detektionswahrscheinlichkeit mit der Position des Detektors leicht verändert können so die koinzidenten Ereignisse normiert werden.

4 Auswertung des Acar-Spektrums

4.1 Bestimmung der Positronenannihilationsrate in der Probe

Bestimmen Sie aus dem Acar Spektrum die Positronenannihilationsrate in der Probe. Überlegen Sie sich dafür zuerst mit welcher Rate γ -Quanten aus der Annihilation in dem Raumwinkel, den die Detektoren abdecken, landen. Geht der Raumwinkel einfach oder quadratisch ein? Warum?

Berechnen Sie aus den Angaben aus Tabelle 2 mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Photon, das auf den Szintillator trifft zu einem Photoereignis im Multiplier führt. (Die dicke des Kristalls beträgt 3 cm). Geht diese Wahrscheinlichkeit einfach oder quadratisch ein? Warum?

Aus diesen Beiden Überlegungen kann die Positronenannihilationsrate in der Probe ermittelt werden.

Überlegen Sie sich am besten schon während der Versuchsdurchführung ob Ihnen alle Größen für die Rechnung bekannt sind!

4.2 Bestimmung des Fermi-Impulses

Zur Auswertung tragen Sie die Daten in einen Graphen mit den Impuls in m_0c auf der x-Achse und der Anzahl der Ergebnisse auf der y-Achse. Was für eine Form erwarten Sie für das Spektrum, wenn man von einer perfekten Fermi-Kugel ausgeht die auf eine Dimension projiziert wurde (*Erarbeiten Sie dies schon während des Versuchs*)? Warum gibt es Abweichungen?

Fitten Sie eine geeignete Funktion an die Daten und bestimmen Sie den Fermi-Impuls und daraus die Fermi-Energie. Ist der Fermi-Impuls größer oder kleiner als die Brillouinzonengrenze (*Rechnung!*). Macht ein größerer Impuls überhaupt Sinn?

Berechnen Sie den Theoretischen Wert für die Fermi-Energie in der Näherung des freien Elektronengases. Stimmt der Wert mit der Messung überein? Falls dies nicht der Fall ist, begründen Sie warum.

Literatur

- Anderson, Carl D. (1932). “The Apparent Existence of Easily Deflectable Positives”. In: *Science* 76.1967, 238.
- (1933). “The Positive Electron”. In: *Physical Review* 43 (6), 491.
- Bucka, H. (1981). „Lehrbuch der Experimentalphysik“. In: Bd. IV/2. Bergmann Schaefer. de Gruyter Berlin. Kap. 7.
- Coleman, P. G. (2000). *Positron Beams and Their Applications*. World Scientific. ISBN: 9789810233945.
- Dirac, P. A. M. (1928). “The Quantum Theory of the Electron”. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 117.778, 610.
- (1930). “A Theory of Electrons and Protons”. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character* 126.801, 360.
- (1931). “Quantised Singularities in the Electromagnetic Field”. In: *Proceedings of the Royal Society of London. Series A* 133.821, 60.
- Fermi, Enrico (1934). “Versuch einer Theorie der β -Strahlen. I”. German. In: *Zeitschrift für Physik* 88.3-4, 161.
- Firestone, R. B. (2005). “Nuclear Data Sheets for”. In: *Nuclear Data Sheets* 106.1, 1.
- Hugenschmidt, C., G. Kögel, R. Repper, K. Schreckenbach, P. Sperr, B. Straßer und W. Triftshäuser (2002). “Monoenergetic positron beam at the reactor based positron source at FRM-II”. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 192.1–2, 97.
- Kahana, S. (1963). “Positron Annihilation in Metals”. In: *Phys. Rev.* 129.4, 1622.
- Knoll, G.F. (2000). *Radiation Detection and Measurement*. John Wiley & Sons. ISBN: 9780470131480.
- Laverock, J., T. D. Haynes, M. A. Alam und S. B. Dugdale (2010). “Experimental determination of the state-dependent enhancement of the electron-positron momentum density in solids”. In: *Phys. Rev. B* 82.12, 125127.
- Leo, W. R. (1994). *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments*. 2. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer.

- Photon Cross Sections Database* (2016). NIST. URL: <http://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html>.
- Puska, M. J. und R. M. Nieminen (1994). “Theory of positrons in solids and on solid surfaces”. In: *Rev. Mod. Phys.* 66 (3), 841–897.
- Schatz, G. und A. Weidinger (1997). „Nukleare Festkörperphysik“. In: 3. Aufl. Stuttgart: B. G. Teubner. Kap. 9, 214.
- Schultz, Peter J. und K. G. Lynn (1988). “Interaction of positron beams with surfaces, thin films, and interfaces”. In: *Rev. Mod. Phys.* 60 (3), 701–779.
- Siegbahn, Kai, Hrsg. (1968). *Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy*. Amsterdam: Elsevier. ISBN: 978-0-7204-0083-0.
- Wenninger, H., J. Stiewe und H. Leutz (1968). “The ^{22}Na positron spectrum”. In: *Nuclear Physics A* 109.3, 561.