Ferienkurs Experimentalphysik 2

Lösungsblatt 2

Tutoren: Linus Huber und Christian Weindl

1 Aufgaben zur Magnetostatik

1.1 Stomkreise I

Zwei kupferne Drahtstücke mit Durchmessern von 2,6 mm bzw. 1,6 mm sind hintereinander verschweißt und werden von einem 15 A starken Strom durchflossen. a) Berechnen Sie die Driftgeschwindigkeit der Elektronen in jedem Drahtabschnitt unter der Annahme, dass auf jedes Kupferatom genau ein freies Elektron kommt. b) Geben Sie das Verhältnis der Strom-dichten in beiden Drahtstücken an.

Lösung:

Driftgeschwindikeit: $v_d = \frac{I}{(n/V)eA}$

$\frac{n}{V} = \frac{\rho N_A}{m_{mol}} = 8,4 \cdot 10^{28} m^{-3}$

Mit dem Leiterquerschnitt A=$\frac{1}{4}\pi d^2 = 5,309 mm^2$ erhalten wir die Driftgesch. im dicken Leiter:

$v_{d,2,6} = \frac{15A}{(8,4\cdot 10^{28})(1,6\cdot 10^{-19})(5,039)} mms^{-1} = 0,21 mms^{-1}$

Und im dünnen Leiter:

$v_{d,1,6} = \frac{I_{1,6}}{(n/V)eA_{1,6}}$ In beiden Drähten, die ja hintereinandergeschaltet sind, fließt derselbe Strom $I_{2,6} = I_{1,6}$. Also ist:

$(n/V)eA_{1,6}v_{d,1,6} = (n/V)eA_{2,6}v_{d,2,6} \Rightarrow v_{d,1,6} = v_{d,2,6}\frac{A_{2,6}}{A_{1,6}} = 0,53 mms^{-1}$

b)

Die Stromdichte j ist der Quotient aus der Stromstärke I und der Querschnittsfläche A, sodass gilt: j= I/A. Damit ergibt sich mit $I_{2,6} = I_{1,6}$ das Verhältnis der Stromdichtebeträge:

$\frac{J_2}{J_1} = \frac{A_1}{A_2} = 0,393$

1.2 Stomkreise II

Ein Teilchenbeschleuniger erzeugt einen Protonenstrahl mit einem kreisförmigen Querschnitt und einem Durchmesser von 2,0 mm; hindurch fließt ein Strom von 1,0mA. Die Stromdichte ist homogen über den Strahlquerschnitt verteilt. Jedes Proton hat eine kinetische Energie von 20 MeV. Der Strahl trifft auf ein metallisches Target, von dem er absorbiert wird. a) Geben Sie die Anzahldichte der Protonen im Strahl an. b) Wie viele Protonen treffen pro Minute auf das Target? c) Wie groß ist der Betrag der Stromdichte im Strahl?

Lösung:

a) Mit der Anzahldichte n/V der Protonen und deren Driftgeschwindigkeit v und der Querschnittsfläche A=$\frac{1}{4}\pi d^2$gilt für die Stromstärke: $I = (n/V)|e|Av$

$v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m_p}}$
Umstellen und einsätzen der Werte liefert:$(n/V) = 3,2 \cdot 10^{13} m^{-3}$
b) Mit der Querschnittsfläche A des Strahls gilt mit der Anzahl n_t der pro Zeiteinheit auf das Target auftreffenden Protonen: $\frac{n_t}{\Delta t} = \frac{n}{V} Av$
Wir lösennachnt auf und setzen die Zeitspanne $\Delta t = 60$ s und die aus Teilaufgabe a bekannten Ausdrücke für A und E_{kin} sowie die dort berechnete Teilchenzahldichte ein: $n_t = 3,7 \cdot 10^{17}$
c)$j = \frac{I}{A} = 0,32kAm^{-1}$

1.3 Stomkreise III

An einer Reihenschaltung aus einer 25,0 W und einer 100 W Glühlampe (beide mit konstantem Widerstand) liegt eine Spannung von 230V an. a) Welche Lampe leuchtet heller? Begründen Sie Ihre Antwort. (Hinweis: Überlegen Sie zunächst, was die Leistungsangabe bedeutet: Unter welchen Bedingungen werden in einer 25,0 W Lampe tatsächlich 25,0 W umgesetzt?)
Lösung:
Die 25-W-Glühlampe leuchtet heller. Die Lichtintensität einer Lampe ist proportional zur Joule'schen Leistung P , die in ihr umgesetzt wird. Der Ohm'sche Widerstand einer 25-W-Glühlampe ist 4-mal so hoch wie der einer 100-W-Glühlampe.Bei der Reihenschaltung fließt derselbe Strom I durch beide Glühlampen. Wegen $P = RI^2$ ist $R_{25}I^2 > R_{100}I^2$. Die Leistung beträgt nur dann 25,0 W, wenn an der Lampe die volle Netzspannung von 230 V anliegt.

1.4 Magnetfeld I

Durch einen in beliebiger Form gebogenen,in einem homogenen Magnetfeld B befindlichen Draht fließt ein Strom I . Zeigen Sie explizit, dass die Kraft auf einen Abschnitt des Drahts, der von den beliebig gewählten Punkten a und b begrenzt wird, gegeben ist durch $F = Il \times B$; dabei ist l der Längenvektor, der vom Punkt a zum Punkt b zeigt. Anders ausgedrückt: Zeigen Sie, dass auf den beliebig gebogenen Leiterabschnitt dieselbe Kraft wirkt wie auf einen geraden Abschnitt, der die gleichen Endpunkte miteinander verbindet und durch den derselbe Strom fließt.
Lösung:
Auf den Leiterabschnitt dl wirkt die Kraft $dF = Idl \times B$: Wir integrieren und berücksichtigen dabei, dass B und I konstant sind:
$$F = \int_a^b Idl \times B = Il \times B$$

1.5 Magnetfeld II

Ein Proton bewegt sich auf einer Kreisbahn mit einem Radius von 65 cm. Die Bahn befindet sich in einem Magnetfeld mit einer Feldstärke von 0,75 T, das senkrecht auf der Bahn steht. Berechnen Sie a) die Periode der Kreisbewegung, b) die Bahngeschwindigkeit und c) die kinetische Energie des Protons.
Lösung:
a) Die Periode bzw. Umlaufdauer der Bewegung ist der Quotient aus dem Umfang und der Geschwindigkeit: $T = 2\pi r/v$. Da die Beträge der Zentripetalkraft und der magnetischen Kraft gleich sind, gilt:
$qvB = m\frac{v^2}{r}$ und daher $r = \frac{mv}{qB}$

einsetzen: $T = \frac{2\pi m}{qB} = 87ns$
b)Mithilfe der eingangs angegebenen Beziehung für die Umlaufdauer erhalten wir für die Geschwindigkeit: $v = \frac{2\pi r}{T} = 4,7 \cdot 10^7 ms^{-1}$
c)Mit dem in Teilaufgabe b erhaltenen Wert für die Geschwindigkeit ergibt sich die kinetische Energie zu: $E_{kin} = 0,5mv^2 = 11MeV$

1.6 Magnetfeld III

Zeigen Sie: Der Bahnradius eines geladenen Teilchens in einem Zyklotron ist proportional zur Wurzel aus der Anzahl der absolvierten Umläufe.
Lösung:
Die in radialen Richtungen wirkenden Kräfte (die magnetische Kraft und die Zentripetalkraft) gleichen einander aus. Daher gilt gemäß dem zweiten Newton'schen Axiom $qvB = mv^2/r$. Daraus ergibt sich für den Radius der Kreisbahn:
$r = \frac{mv}{qB}$, und $v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m}}$
Die (konstante) Zunahme der kinetischen Energie während eines Umlaufs bezeichnen wir mit $E_{kin,U}$. Dann ist die kinetische Energie nach n absolvierten Umläufen $E_{kin,n}$ $=nE_{kin,U}$.Einsätzen und Umstellen liefert:
$r = \frac{\sqrt{2mE_{kin,U}}}{qB}\sqrt{n}$

1.7 Magnetfeld IIII

Nehmen Sie an, Sie bereiten einen Demonstrationsversuch zum Thema „Berührungsfreie magnetische Aufhängung" vor. Sie wollen einen 16cm langen, starren Draht an leichten Anschlussleitungen über einem zweiten, langen, geraden Draht beweglich aufhängen. Wenn die Leiter von Strömen gleicher Stärke, aber entgegengesetzten Richtungen durchflossen werden, soll der 16-cm-Draht spannungsfrei (ohne Last auf den Befestigungen) im Abstand h über dem zweiten Draht schweben. Wie müssen Sie die Stromstärke wählen, wenn der 16-cm-Draht eine Masse von 14g hat und h, der senkrechte Abstand zwischen den Längsachsen der beiden Leiter, 1,5 mm betragen soll?
Lösung:
Auf den beweglichen Draht, der die Masse m hat, wirken nach oben die magnetische Kraft F_{mag} und nach unten die Gewichtskraft mg. $F_{mag} - mg = 0$
Der Betrag der magnetischen Kraft, die den oberen Draht abstößt, ist gegeben durch (r_{abs} ist der Abstand der Drähte) $F_{mag} = 2\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2 l}{r_{abs}} \Rightarrow 2\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I^2 l}{r_{abs}} - mg = 0$
Umstellen nach I liefert I=80 A

1.8 Magnetfeld V

Nickel hat eine Dichte von 8,70 g/cm^3 und eine molare Masse von 58,7 g/mol sowie eine Sättigungsmagnetisierung von $\mu_0 M_s$=0,610 T. Geben Sie das magnetische Moment eines Nickelatoms in Vielfachen des Bohr'schen Magnetons an.
Lösung:
Die Sättigungsmagnetisierung MS ist das Produkt aus der Anzahldichte n/V der Atome und dem magnetischen Moment μ eines Atoms:$M_S = (n/V)\mu$.Die Anzahldichte der Atome ist gegeben durch: $\frac{n}{V} = \frac{N_A \rho}{m_{mol}}$
Einsätzen liefert $\mu = \frac{M_s}{n/V} = 5,44 \cdot 10^{-24} Am^2$
Der Quotient aus dem magnetischen Moment eines Nickelatoms und dem Bohr'schen Magneton ist damit $\frac{\mu}{\mu_{Bohr}} = 0,587$