Ferienkurs Experimentalphysik 2

Lösungsblatt 1

Tutoren: Linus Huber und Christian Weindl

1 Aufgaben zur Elektrostatik

1.1 Coulomb I

Drei Punktladungen befinden sich auf der x-Achse: $q_1 = -6,0$mC bei x= -3,0m, $q_2 = 4,0$ mC im Koordinatenursprung und $q_3 = -6,0$ mC bei x = 3,0 m. Berechnen Sie die Kraft auf q_1.
Lösung:
Auf q_1 werden zwei Kräfte ausgeübt: von der Ladung q_2 die anziehende Kraft $F_{2,1}$ und von der Ladung q_3 die abstoßende Kraft $F_{3,1}$ Die resultierende Kraft auf q_1 ist die Summe beider Kräfte: $F_1 = F_{2,1} + F_{3,1}$
$F_{2,1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_2|}{r_{2,1}^2}\vec{e_x}$
$F_{3,1} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q_1||q_3|}{r_{3,1}^2}(-\vec{e_x})$
Damit erhalten wir
$F_1 = F_{2,1} + F_{3,1}$=$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}|q_1|(\frac{|q_2|}{r_{2,1}^2} - \frac{|q_3|}{r_{3,1}^2})\vec{e_x}$=$(1,5 \cdot 10^{-2}\vec{e_x})$N

1.2 Coulomb II

Eine Punktladung von -2,5 mC befindet sich im Koordinatenursprung und eine zweite Punktladung von 6,0 μC bei x = 1,0 m, y = 0,5 m. Eine dritte Punktladung – ein Elektron – befindet sich in einem Punkt mit den Koordinaten (x, y). Berechnen Sie die Werte von x und y, bei denen sich das Elektron im Gleichgewicht befindet.
Lösung:
Das Elektron, wenn es im Gleichgewicht sein soll, muss sich auf der Verlängerung der Verbindungslinie der beiden Ladungen befinden. Und weil es negativ geladen ist, muss es sich näher bei der negativen Punktladung befinden, weil deren Ladung den kleineren Betrag hat.
$|F_{1,e}|= |F_{2,e}|$
$|F_{1,e}|= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_1|e}{(r+\sqrt{1,25m})^2}$
$|F_{2,e}|= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q_2|e}{r^2}$
Wir setzen die Beträge gleich und kürzen $4\pi\epsilon_0$ sowie e heraus:
$r^2|q_1|= [r^2 + (2\sqrt{1,25m})r + 1,25m^2]|q_2|$
$r^2 - (1,597m)r - (0.893)m^2 = 0$
Die Lösungen sind $r_a = 2,036m, r_b = -0,4386$ und eine negative Lösung macht physikalisch keinen Sinn
$\frac{|y_e|}{0,5m} = \frac{2,036}{1,12m}$ und daher $|y_e|= 0,909m$

$\frac{|x_e|}{1{,}0m} = \frac{2{,}036}{1{,}12m}$ und daher $|x_e| = 1,82m$

1.3 Coulomb III

Fünf gleiche Punktladungen q sind gleichmäßig auf einem Halbkreis mit dem Radius r verteilt. Geben Sie mithilfe von $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ und q sowie r die Kraft auf die Ladung q_0 an, die von den anderen fünf Ladungen gleich weit entfernt ist

Lösung:

Aus Symmetriegründen ist die y-Komponente der resultierenden Kraft auf die Ladung q_0 null. Wir müssen also nur die Kraft zwischen der Ladung q_0 und der Ladung q auf der Verlängerung der x-Achse sowie die x-Komponenten der Kräfte zwischen der Ladung q_0 und den beiden Ladungen q bei 45deg betrachten. Damit gilt für die resultierende Kraft

$F_{q0} = F_{q(Achse),qo} + F_{q(45°),qo}$

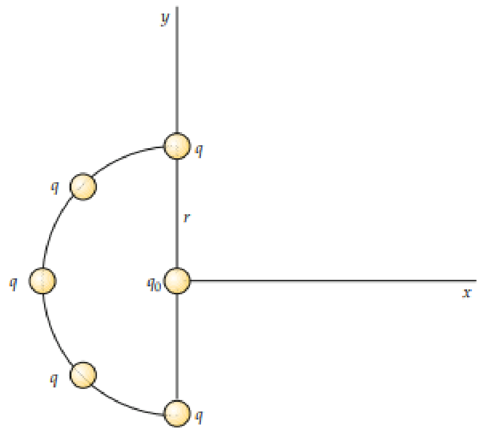
Kraft längs der Achse:

$F_{q(Achse),q0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \vec{e_x}$

schräg verlaufende Kräfte:

$2F_{q(45°),q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q_0 q}{r^2} (\cos 45°) \vec{e_x} = \frac{2}{\sqrt{2}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} \vec{e_x}$

$F_{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r^2} (1 + \sqrt{2}) \vec{e_x}$



1.4 Elektrisches Feld I

Zwei Punktladungen von je +4,0 μC befinden sich auf der x-Achse: die eine im Koordinatenursprung und die andere bei x=8,0 m. Berechnen Sie das elektrische Feld auf der x-Achse bei a) x = -2,0 m, b) x = 2,0 m, c) x = 6,0 m bzw. d) x = 10 m. e) An welchem Punkt auf der x-Achse ist das elektrische Feld null?

Lösung:

Wir ermitteln das elektrische Feld jeder Punktladung mithilfe des Coulomb'schen Gesetzes und beachten dabei, dass sich beide Felder überlagern und dass die beiden Ladungen q_1 und q_2 gleich sind. Dann erhalten wir für das resultierende Feld im Punkt P in Abhängigkeit von der Koordinate x

$E_x = E_{q1,x} + E_{q2,x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (\frac{q_1}{x^2} \hat{r}_{q1,P} + \frac{q_2}{(8m-x)^2} \hat{r}_{q2,P})$

$= (36kN \cdot m^2 \cdot C^{-1}) (\frac{1}{x^2} \hat{r}_{q1,P} + \frac{1}{(8{,}0m-x)^2} \hat{r}_{q2,P})$

a)$E_{-2} = (-9,4\hat{x})kNC^{-1}$

b)$E_2 = (8,0\hat{x})kNC^{-1}$

c)$E_6 = (-8,0\hat{x})kNC^{-1}$

d)$E_{10} = (9,4\hat{x})kNC^{-1}$

e)$E_4 = 0$

1.5 Gauß

Eine dünne, nichtleitende Kugelschale vom Radius r_K=1 trägt eine Gesamtladung q_1, die gleichmäßig auf ihrer Oberfläche verteilt ist. Eine zweite, größere Kugelschale mit dem Radius r_K=2, die konzentrisch zur ersten ist, trägt eine Ladung q_2, die ebenfalls gleichmäßig auf ihrer Oberfläche verteilt ist. a) Wenden Sie das Gauß'sche Gesetz an und bestimmen Sie das elektrische Feld in den Bereichen r<$r_{K,1}$ und $r_{K,1}$ <r<$r_{K,2}$ sowie r>$r_{K,2}$. b) Wie müssen Sie das Verhältnis der Ladungen q1/q2 und deren relative Vorzeichen wählen, damit das elektrische Feld im Bereich r>$r_{K,2}$ gleich null ist?

Lösung:

Gemäß dem Gauß'schen Gesetz gilt für das Feld:

$\oint_A E_n dA = q_{innen}/\epsilon_0$

Für den inneren Bereich:

$E_{r<r_{K,1}} = \frac{q_{innen}}{\epsilon_0 A}\hat{r}$

Weil $q_{innen} = 0$ ist auch das Feld innen 0

Für den mittleren Bereich:

$E_{r_{k,1}<r<r_{k,2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\hat{r}$

Für den äußeren Bereich:

$E_{r>r_{k,2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1+q_2}{r^2}\hat{r}$

b)Wir setzen $E_{r>r_{K,2}}$= 0 und erhalten daraus $q_1 + q_2 = 0$ sowie q_1/q_2 =-1

1.6 Potenzial

Gegeben ist ein homogenes elektrisches Feld, das in die -x-Richtung zeigt. Wir betrachten zwei Punkte a und b auf der x-Achse, wobei a bei x = 2,00 m und b bei x = 6,00 m liegt. a) Ist die Potenzialdifferenz Φ_b-Φ_a positiv oder negativ? b) Wie groß ist der Betrag des elektrischen Felds, wenn $|\Phi_b - \Phi_a|$ gleich 100 kV ist?

Lösung:

a) Es gilt $E_x = -d\phi/dx$. Wegen $E_x < 0$ ist ϕ bei höheren x-Werten größer. Somit ist $\phi_a - \phi_b$ positiv.

b) Der Betrag der elektrischen Feldstärke ist

$|E|= |\frac{\Delta\phi}{\Delta X}|= \frac{100kV}{6m-2m} = 25kVm^{-1}$

1.7 Kondensator I

Ein 89-pF-Plattenkondensator wird mit einem Dielektrikum mit der relativen Dielektrizitätskonstanten ϵ_{rel} = 2,0 gefüllt. a) Wie groß ist danach seine Kapazität? b) Bestimmen Sie die Ladung auf dem Kondensator mit eingeführtem Dielektrikum, wenn dieser an eine 12-V-Batterie angeschlossen ist.

Lösung:

a) Die Kapazität verdoppelt sich einfach zu C = 2 · 89 pF = 178 pF.

b) Die Ladung ist:

q=CU=$178 \cdot 10^{-12}F \cdot 12V = 2,14 \cdot 10^{-9}C = 2,14nC$

1.8 Kondensator II

Gegeben ist ein Geiger-Müller-Zählrohr, dessen Mitteldraht die Länge 12,0 cm und den Radius 0,200 mm hat. Der Mantel des Rohrs ist ein leitender Hohlzylinder mit dem Innenradius 1,50 cm. Der Zylinder ist koaxial zum Draht und hat dieselbe Länge wie dieser. Berechnen Sie a) die Kapazität des Rohrs unter der Annahme, dass das Gas im Rohr die relative Dielektrizitätskonstante $\epsilon_{rel} = 1{,}00$ hat, und b) die lineare Ladungsdichte auf dem Draht, wenn zwischen ihm und dem Hohlzylinder eine Spannung von 1,20 kV herrscht.

Lösung:

a) Wenn das Geiger-Müller-Zählrohr als Zylinderkondensator mit der Länge l sowie den Radien r_1 und r_2 betrachtet wird, gilt für dessen Kapazität:

$C = \frac{2\pi\epsilon_{rel}\epsilon_0 l}{ln(r_2/r_1)} = 1,55pF$

b) Unter Verwendung der Definitionen der linearen Ladungsdichte λ und der Kapazität C erhalten wir:

$\lambda = \frac{q}{l} = \frac{CU}{l} = 15,5nC^{-1}$