Ferienkurs Experimentalphysik 2

Probeklausur: Lösung

Tutoren: Julien Kollmann und Gloria Isbrandt

1 Aufgabe

Betrachten Sie eine Verteilung punktförmiger, positiver Ladungen mit einer Ladung Q_0 an der Stelle $x_0 = 0$ und einer Ladung Q_1 an der Stelle x_1.
TEIL A: An welcher Stelle x_2 könnte eine dritte positive Ladung platziert werden, sodass die auf Q_0 wirkende Gesamtkraft null ist? Geben Sie zwei solcher x_2 mit zugehöriger Ladung Q_2 an.
TEIL B: Beschreiben Sie qualitativ (max. zwei bis drei Sätze) die Folgen einer Auslenkung der Ladung Q_0 um $\mathrm{d}x$.

Lösung

Sei die Gesamtkraft auf Q_0 für ein Q_2 im negativen Halbraum gleich null:

$$|F_{10}| = |F_{20}| \tag{1}$$

$$k \cdot \frac{Q_1 Q_0}{x_1^2} = k \cdot \frac{Q_2 Q_0}{x_2^2} \tag{2}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^2 \tag{3}$$

Hieraus erhält man beliebig viele Lösungen. Die am leichtesten auch ohne Rechnung zu erkennenden sind $Q_2 = Q_1$ mit $x_2 = -x_1$ und $Q_2 = 4Q_1$ mit $x_2 = -2x_1$.
Während eine kleine Auslenkung die Abstoßung durch die eine Ladung reduziert, erhöht sie die durch die andere. Die Ladung wird also zurück getrieben und schwingt um den Nullpunkt.

2 Aufgabe

Zwischen die Platten eines Kondensators (Parameter A, d_0, Q) wird eine Glasplatte ($\varepsilon_r = 2$) geschoben. Die Spannungsquelle bleibt angeschlossen. Alle Ergebnisse sind in Abhängigkeit der genannten Parameter zu formulieren.

- Berechnen Sie die im Kondensator gespeicherte Energie.
- Der Abstand der Platten wird jetzt auf $d = 2d_0$ vergrößert. Wie viel Energie ist jetzt im Kondensator gespeichert? Machen Sie sich zunächst Gedanken über ein Ersatzschaltbild.

Lösung

- $E = \frac{d_0 Q^2}{4\varepsilon_0 A}$, da $C = \frac{2\varepsilon_0 A}{d_0}$
- Die Spannung $U = \frac{Q}{C} = \frac{d_0 Q}{2\varepsilon_0 A}$ bleibt unverändert. Die Kapazität entspricht der einer Reihenschaltung dreier Kondensatoren (zwei dünne luftgefüllte und ein doppelt so dicker mit Dielektrikum):

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_{glass}} + 2\frac{1}{C_{air}} = \frac{d_0}{2\varepsilon_0 A} + \frac{2}{\frac{\varepsilon_0 A}{d_0/2}} = \frac{3d_0}{2\varepsilon_0 A}\,. \tag{4}$$

  Somit ist die im Kondensator gespeicherte Energie

$$E = \frac{1}{2}C_{ges}U^2 = \frac{1}{2}\frac{2\varepsilon_0 A}{3d_0}\left(\frac{d_0 Q}{2\varepsilon_0 A}\right)^2 = \frac{d_0}{12\varepsilon_0 A}Q^2\,. \tag{5}$$

3 Aufgabe

Ein Motor wird durch eine Batterie mit Strom gespeist. Die beiden sind durch ein Kupferkabel verbunden ($\rho = 1,69 \cdot 10^{-8}\Omega m$ und $n = 8,49 \cdot 10^{28} e^-/m^3$) mit einem Durchmesser von $d = 5mm$ und einer Länge von $l = 1m$. Berechnen Sie, wie lange ein Elektron braucht um von der Batterie zum Motor zu reisen, wenn ein Strom von $I = 100A$ vorliegt.

Lösung

Die Stomdichte, die im Kabel vorliegt beträgt

$$j = \frac{I}{A} = \frac{4I}{\pi d^2} = A/mm^2$$

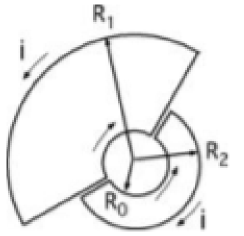
Daraus ergibt sich eine Geschwindigkeit der Elektronen im Kabel

$$v_D = \frac{j}{n \cdot e} = 0,38mm/s$$

wodurch man die Reisedauer eines Elektrons zwischen Batterie und Motor bestimmen kann:

$$t = \frac{l}{v_D} = 2631,57s = 43'52''.$$

4 Aufgabe



Die beiden Stromkreise, die im Bild dargestellt sind, werden mit dem selben Strom I durchflossen; der eine im Uhrzeigersinn und der andere gegen der Uhrzeigersinn. Es sei bekannt, dass $R_1 = 2R_2$ und $R_2 = 2R_0$. Bestimme die Winkel φ_1 und φ_2 der Stromkreis-Kreissegmente, sodass das Magnetfeld im Mittelpunkt verschwindet.

Lösung

Da das Magnetfeld in einem gewissen Punkt gefragt ist, ist es angebracht das Gesetzt von Biot-Savart zu benutzten.

$$\vec{B}(\vec{r}) = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \times \mathrm{d}\vec{r}'$$

Die Leiterschleifen werden hierbei in Polarkoordinaten parametrisiert. Die geraden Leiterstücke tragen nichts zum Magnetfeld im Mittelpunkt bei.

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \vec{r}' = R \begin{pmatrix} \cos(\varphi') \\ \sin(\varphi') \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{d}\vec{r}' = R_{1/2/3} \begin{pmatrix} -\sin(\varphi') \\ \cos(\varphi') \\ 0 \end{pmatrix} \mathrm{d}\varphi'$$

Das Magnetfeld, welches durch dir große Leiterschleife im Mittelpunkt erzeugt wird ist

$$B_1(0) = \frac{-\mu_0 I \varphi_1}{4\pi} (\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1})$$

und von der kleinen Leiterschleife

$$B_2(0) = \frac{\mu_0 I \varphi_2}{4\pi} (\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_2})$$

Damit $B_{ges}(0) = 0$ muss also $B_1 = -B_2$.

$$\varphi_1 (\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1}) = \varphi_2 (\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_2}).$$

Wenn man berücksichtigt, dass $R_2 = 2R_0$ und $R_1 = 2R_2 = 4R_0$ und, dass $\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$ erhält man

$$\varphi_1 (1 - \frac{1}{4}) = \varphi_2 (1 - \frac{1}{2})$$
$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi$$

$$\Rightarrow \varphi_1 = \frac{4}{5}\pi \qquad \varphi_2 = \frac{6}{5}\pi$$

5 Aufgabe

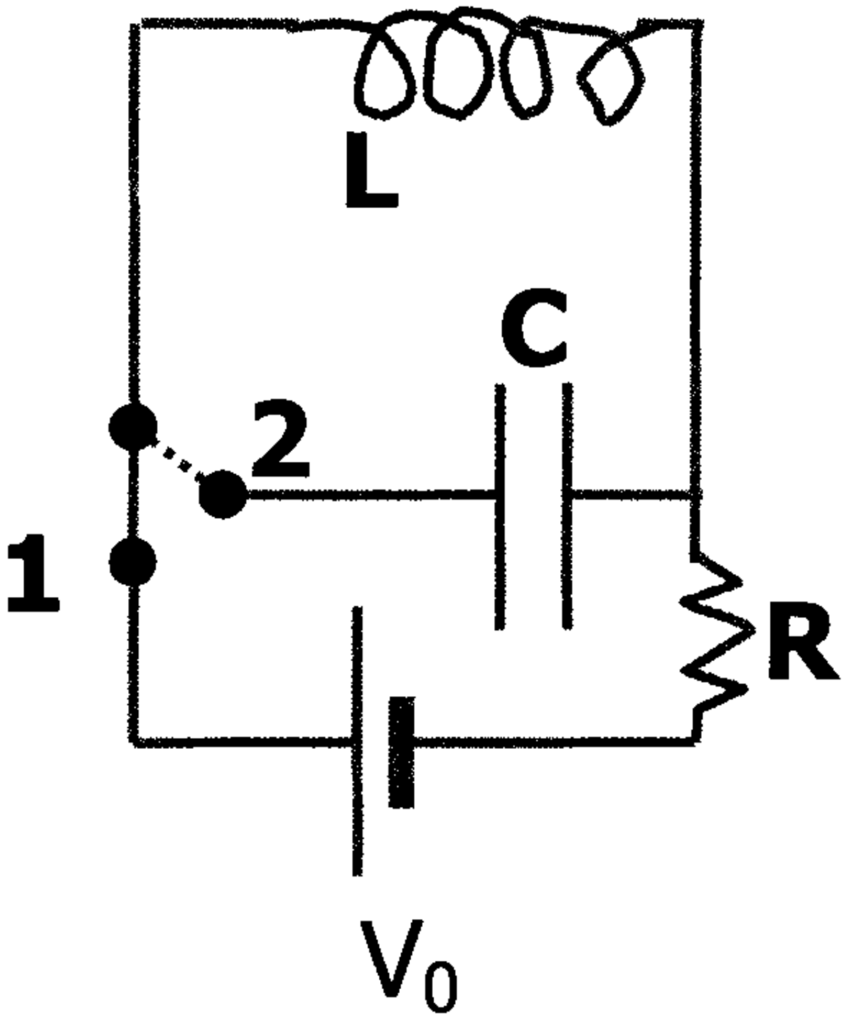
Ein Kondensator ($C = 10\,\mu$F) mit einem Leckwiderstand von $10\,\mathrm{M\Omega}$ wird an eine Wechselspannungsquelle $U = U_0 \cos \omega t$ mit $U_0 = 300\,\mathrm{V}$ und $\omega = \frac{2\pi}{50\,\mathrm{s}}$ angeschlossen. Welcher Strom (Blind- plus Wirkstrom) fließt, und welche Leistung wird im Kondensatorverbraucht? Hinweis: $\sin x = \frac{\tan x}{\sqrt{1+\tan^2 x}}$

Lösung

$Z_{ges} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{R}{1 + i\omega CR}$ (Parallelschaltung). Daraus folgt:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U_0 \cos \omega t}{R} (1 + i\omega RC) = \frac{U_0}{R} \sqrt{1 + \omega^2 R^2 C^2} \cos(\omega t + \phi) \tag{6}$$

$$\text{mit} \quad \tan \phi = \frac{\omega RC}{1} \tag{7}$$



Es gilt somit:

$$\overline{P}_{wirk} = \overline{UI} = \frac{1}{2}UI\cos\phi = \frac{1}{2}\frac{U_0^2}{R} \tag{8}$$

$$\overline{P}_{blind} = \frac{1}{2}UI\sin\phi = \frac{1}{2}U_0^2\omega C \tag{9}$$

Zahlenwerte: $I = 0.94\,\mathrm{A}$, $I_{wirk0} = 3\times10^{-5}\,\mathrm{A}$, $I_{blind0} = 0.94\,\mathrm{A}$, $P_{wirk0} = 4.5\,\mathrm{mW}$, $P_{blind0} = 141\,\mathrm{W}$.

6 Aufgabe

Es ist ein Schaltkreis mit Gleichspannung V_0 gezeigt, für den vor dem Öffnen ($t = 0$) der Schalter lange Zeit in Position 1 war. Der Kondensator ist also nicht geladen; Nehmen Sie weiterhin eine Widerstandsfreie Spule L an.

- Berechnen Sie die Energie, die zum Zeitpunkt $t = 0$ im gezeigten Stromkreis gespeichert ist.
- Geben Sie ein Beispiel eines mechanischen Systems an, das der Schaltung aus C und L entspricht und identifizieren Sie die einzelnen Teile miteinander.

- Geben Sie eine Funktion (mit den gegebenen Parametern) an, die den zeitlichen Verlauf der Kondensatorladung beschreibt.
- Beschreiben oder skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der in der Spule gespeicherten Energie.

Lösung

- $E = \frac{1}{2}LI^2 + \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}LI^2 + 0 = \frac{1}{2}L\frac{V_0^2}{R^2}$
- Ein mechanisches Analogon wäre eine Masse, die auf einer Feder sitzt. Die Masse entspricht der Induktivität (Trägheit) und die Feder der Kapazität (Kraft).
- Beachtet man $Q(t) = 0$ erhält man aufgrund der Reibungsfreiheit $Q(t) = Q_0 \sin \omega t$ mit $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ und $Q_0 = \sqrt{LC}\frac{V_0}{R}$.
- Die Energie in der Spule entspricht $E_0 |\cos \omega t|$ (Maximum bei $t = 0$ und keine negativen Werte, da Stromrichtung egal).

7 Aufgabe

a) Ein Raumschiff, welches mit einer Geschwindigkeit von $v_R = 0,8c$ von der Erde weg fliegt, schieße eine Sonde nach vorne (in die gleiche Richtung wie sie sich selbst bewegt) mit einer Geschwindigkeit $v_S = 0,8c$ relativ zum Raumschiff selbst. Man bestimme die Geschwindigkeit zur Sonde von der Erde aus gesehen $v_{E,S}$.

b) Ein radioaktives Material emittiert beim Zerfall zwei Teilchen in entgegengesetzte Richtungen mit jeweils Geschwindigkeit $v = 0,6c$. Man bestimme die Geschwindigkeit des einen Teilchens relativ zum anderen.

Lösung

a) Mit der relativistischen Addition von Geschwindigkeiten erhält man

$$v_{E,S} = \frac{v_R + v_S}{1 + \frac{v_R v_S}{c^2}} = \frac{0,8c + 0,8c}{1 + \frac{0,8 \cdot 0,8c^2}{c^2}} = 0,97c$$

b) Man wähle nun $v = 0,6c$ als Geschwindigkeit des bewegten Inertialsystems, $u = -0,6c$ und zu bestimmen ist u', die im bewegtem System gemessene Geschwindigkeit des anderen Teilchens.

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{c^2}} = \frac{-0,6c - 0,6c}{1 + 0,6^2\frac{c^2}{c^2}} = -0,88c$$

8 Aufgabe

Das Sonnenlicht trifft auf die Erde mit einer maximalen Intensität von $1,38kW/m^2$.

a) Berechne die Amplitude E_0 des elektrischen Anteil der Welle.

b) Berechne die Amplitude B_0.

Lösung

a) In großer Entfernung zur Sonne kann die emittierte Strahlung als ebene Welle engenommen werden.
Die Intensität ist der Betrag des Poynting-Vektors der elektromagnetischen Welle; also ist:

$$I = |\vec{S}| = \epsilon_0 c E^2,$$

dabei ist E zeitabhängig. Um zeitlich gemittelte Intensität zu erhalten, gilt:

$$\overline{I} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2,$$

wobei E_0 die Apmlitude der Welle ist und $\overline{I} = \frac{1}{2} I$.

$$E_0 = \sqrt{\frac{4I}{c\epsilon_0}} = 0,72 kV/m$$

b) Mit der Formel, welche E und B in relation setzt erhält man

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

$$\rightarrow B_0 = 2,4 \cdot 10^{-6} T$$