Ferienkurs Experimentalphysik 1

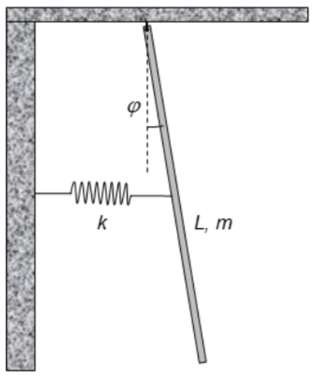
Übungsblatt 4

Tutoren: Elena KAISER und Gloria ISBRANDT

1 Oszillatoren und Wellen

1.1 Stangenpendel mit Feder

Eine dünne Stange (Masse m und Längen L) ist am oberen Ende drehbar aufgehängt. Zusätzlich ist eine Feder (Federkonstante k) auf halber Höhe angebracht. Die Feder ist entspannt, wenn die Stange vertikal ausgerichtet ist.



a) Welches gesamte Drehmoment M wirkt auf dieses Stangenpendel, wenn es um einen kleinen Winkel φ ausgelenkt wird? (nur 1. Ordnung von φ)

b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.

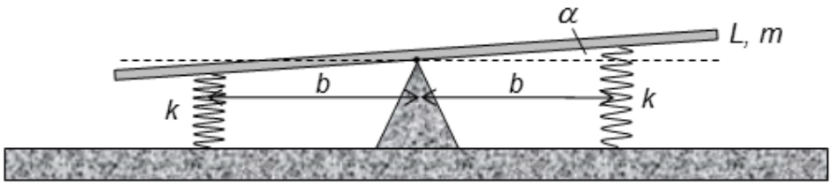
c) Mit welcher Frequenz schwingt das Pendel?

d) Stellen Sie das Ergebnis in dimensionslos dar, indem sie ω/ω_0 angeben, wobei ω_0 die Frequenz für $k = 0$ ist. Geben Sie einen Näherungsausdruck an, der dann gültig ist, wenn k eine kleine Größe ist.

Hinweis: Trägheitsmoment einer Stange für Rotation um den Schwerpunkt ist $I = \frac{1}{12}mL^2$.

1.2 Schwingender Waagebalken mit Feder

Ein dünner ausbalancierter Waagebalken mit Masse m und Länge L werde über zwei Federn mit dem besten Boden verbunden. Die beiden gleichen Federn (Federkonstante k) seien symmetrisch im Abstand b vom Zentrum der Waage angebracht und vertikal ausgerichtet.



a) Welches Rückstellende Drehmoment M wirkt, wenn der Balken um einen kleinen Winkel α gekippt wird? Geben Sie einen Näherungsausdruck an, der linear in α ist.

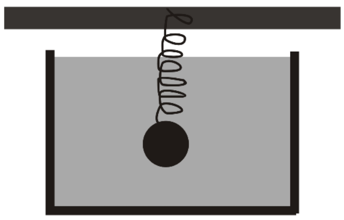
b) Wie hängt die Winkelbeschleunigung $\ddot{\alpha}$ mit dem kleinen Winkel α zusammen?

c) Welche Schwingungsperiode T hat die Kippschwingung des Balkens?

d) Für die Anordnung seien Zahlenwerte $m = 2\,\mathrm{kg}$, $L = 80\,\mathrm{cm}$ und $b = 20\,\mathrm{cm}$ gegeben. Für die Schwingungsperiode werde $T = 0{,}3\,\mathrm{s}$ gemessen. Was ergibt sich hieraus für die Federkonstante k?

1.3 Gedämpfter Oszillator

Eine Kugel mit Radius r und Dichte ρ_{Kugel} hängt an einer Feder im Bad, welches mit einer Flüssigkeit gefüllt ist. Die Flüssigkeit hat eine Dichte ρ_{Fluid}, Zähigkeit η und die Feder eine Federkonstante k.



a) Berechnen Sie die Gesamtkraft und bestimmen Sie daraus die Differentialgleichung (DGL) für die Beschleunigung der Kugel. Verwende $2\gamma := 6\pi\eta r/m$ und $\omega_0^2 := k/m$.

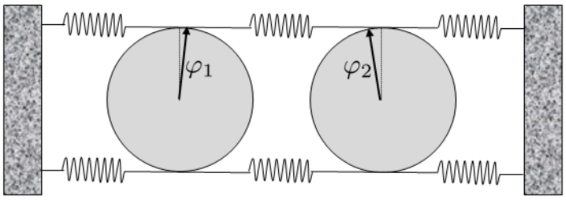
b) Verwenden Sie für die Lösung der homogenen DGL folgenden Ansatz: $A \cdot e^{-\lambda t}$. Bestimmen Sie die Konstante λ und daraus die Lösung für den Fall $\omega_0 \leq \gamma$ gilt. Hinweis: Durch Verwendung der Euler'schen Formel kann $A \cdot e^{i\omega t} + B \cdot e^{-i\omega t}$ auch in der Form $C \cdot \sin(\omega t) + D \cdot \cos(\omega t)$ geschrieben werden, C und D sind beliebige reelle Zahlen.

c) Für eine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung soll eine konstante Funktion angenommen werden. Wie lautet un die gesamte Lösung der DGL?

d) Nehmen Sie nun $\rho_{Fluid} = \rho_{Kugel}$ (inhomogener Teil der DGL fällt dadurch weg) an und bestimme die Konstanten durch die Anfangsbedingungen $x(0) = 0$ und $\dot{x}(0) = v_0$.

1.4 Oszillation gekoppelter Drehscheiben

Zwei Drehscheiben (Masse m, Radius r) werden durch sechs gleiche Federn (Federkonstante k) festgehalten. Die Federn verbinden dabei den Rand der Scheiben mit den Wänden und üben auf die Scheiben Kräfte in tangentialer Richtung aus. Wir beschränken uns auf kleine Winkelauslenkungen $\varphi_1, \varphi_2 \ll 1$ aus der Gleichgewichtslage.



a) Welche Drehmomente M_1 und M_2 wirken auf die beiden Scheiben?

b) Führen Sie die Koordinaten $\Phi = (\varphi_1 + \varphi_2)/2$ und $\delta\phi = \varphi_1 - \varphi_2$ ein, Wie lauten damit die Bewegungsgleichungen für das System für gleichphasige Schwingung ($\varphi_1 = \varphi_2$) und für die gegenphasige Schwingung ($\varphi_1 = -\varphi_2$)?

c) Welche Frequenzen ω_a und ω_b haben die gleich- bzw. gegenphasige Schwingung?

d) Nun seinen die Zahlenwerte $m = 1\,\mathrm{kg}$, $r = 10\,\mathrm{cm}$ und $k = 200\,\mathrm{N/m}$ gegeben, Berechnen Sie die Periodendauer T_b der gegenphasigen Schwingung.

Hinweis: Trägheitsmoment einer Scheibe bzgl. der Symmetrieachse $I = \frac{1}{12} m r^2$.

1.5 Wellengleichung

Gegeben sei die Wellengleichung für die Ausbreitung einer Welle mit Ausbreitungsgeschwindigkeit c

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} y(x,t) - c^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} y(x,t) = 0. \tag{1}$$

a) Zeigen Sie, dass $y(x,t) = A e^{i(kx - \omega t)}$, wobei A, k und ω Konstanten sind, die Wellengleichung löst. Welche Zusammenhang besteht zwischen k, ω und c?

b) Wie hängen ω und k mit der Wellenlänge λ zusammen?

Nun werden zwei separate Wellen betrachtet $y_1(x,t) = \sin(k_1 x - \omega_1 t + \phi)$ und $y_2(x,t) = \sin(k_2 x - \omega_2 t)$, wobei ϕ eine Konstante unabhängig von t und x ist. Beide lösen die Wellengleichung (1) (Kann durch eine einfache Rechnung nachgewiesen werden!). Beide Wellen überlagern sich nun $y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t)$.

c) Warum löst auch die Welle $y(x,t)$ die Wellengleichung?

d) Zunächst wird der Fall betrachtet, dass $k_1 = k_2 = k$, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ und zum einen $\phi = 0$, zum anderen $\phi = \pi$. Leiten Sie eine einfache Form der Welle $y(x,t)$ her, d.h bringen Sie die Welle in die Form $y(x,t) = A \sin(k_{total} x - \omega_{total} t) + B \cos(k_{total} x - \omega_{total} t)$.

e) Nun wird $\phi = 0$ gesetzt. Die Wellenzahlen und Frequenzen der beiden Ausgangswellen unterscheiden sich nun etwas. Welche Form hat die Welle $y(x,t)$ jetzt?