Theoretische Physik I: Probeklausur

16.Sep.2019

Matthias Hanke, Stephan Meighen-Berger

Kurzfragen

1. Geben Sie ein Beispiel für eine Hamiltonfunktion an, für die gilt

$$H \neq E. \tag{1}$$

2. Geben Sie die Erhaltungsgrößen für Zeit-, Translations- und Rotationsinvarianz an.

3. Geben Sie die Koordinatentransformation die gemacht wird, um zwischen Lagrange- und Hamiltonformalismus zu wechseln.

4. Geben Sie die Anzahl der Freiheitsgrade für das System, dargestellt in Abbildung 1, an.

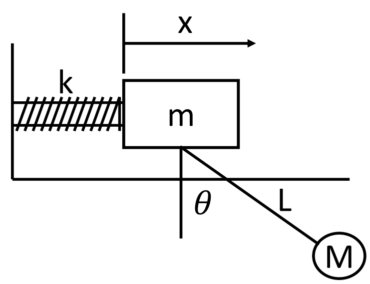

Figure 1:

5. Ein Teilchen bewegt sich in der xy-Ebene und befolgt

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -\alpha y; \ \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \alpha x. \tag{2}$$

Die Bahn des Teilchens kann am besten als was beschrieben werden?

6. Welche von den Folgenden Kräften ist konservativ?

   (a) $\vec{F}(x,y) = y\vec{e}_y$
   (b) $\vec{F}(x,y) = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y$
   (c) $\vec{F}(x,y) = x(\vec{e}_x + \vec{e}_y)$
   (d) $\vec{F}(x,y) = xy\vec{e}_x + x^2\vec{e}_y$
   (e) $\vec{F}(x,y) = y^2\vec{e}_x - xy\vec{e}_y$

Trägheitstensor

1. Berechnen Sie den Trägheitstensor einer Vollkugel mit konstanter Dichte ρ.
2. Berechnen Sie nun den Trägheitstensor einer Vollkugel mit einer radialen Dichteverteilung $\rho(r)$.

Streuung eines Teilchens an einem Zentralpotential

Gegeben sei ein Potential mit

$$V(r) = -\frac{k}{r^3};\ k > 0. \tag{3}$$

1. Bestimmen Sie das effektive Potential für ein Teilchen mit Masse m und machen Sie eine Skizze davon.
2. Berechnen Sie den Radius der Kreisbahn eines Teilchens mit Drehmoment l. Ist diese Bahn stabil?
3. Angenommen das Teilchen fliegt aus dem unendlichen auf das Potential zu. Was ist der Wirkungsquerschnitt σ, dass es in das Zentrum des Potentials fallen wird?

Lagrangesystem mit Bedingungen

Gegeben sei eine Lagrangefunktion der Form

$$L = L(q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2). \tag{4}$$

Dessen Koordinaten befolgen der Bedingung

$$A_1(q,t)\mathrm{d}q_1 + A_2(q,t)\mathrm{d}q_2 + B(q,t)\mathrm{d}t = 0. \tag{5}$$

1. Geben Sie die Voraussetzungen an, dass

   $$H = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1}\dot{q}_1 + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2}\dot{q}_2 - L, \tag{6}$$

   ein Integral der Bewegung ist.
2. Beweisen Sie Ihre Behauptungen aus der vorigen Aufgabe.

Gekoppelte Pendel

Gegeben sind zwei über eine Feder gekoppelte Pendel, wie in Abbildung 2 dargestellt.

1. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems. Nehmen Sie an, dass $\theta_{1,2}$ sehr klein sind und verwenden Sie eine Kleinwinkelnäherung

$$\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2};\ \sin\theta \approx \theta. \tag{7}$$

2. Lösen Sie die Bewegungsgleichungen indem Sie die Eigenfrequenzen und die zugehörigen Eigenvektoren berechnen.

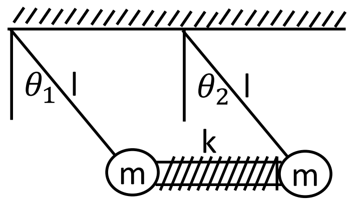

Figure 2: