Technische Universität München
Fakultät für Physik

Ferienkurs

Experimentalphysik 2

Sommersemester 2019

Aufgabenblatt 1

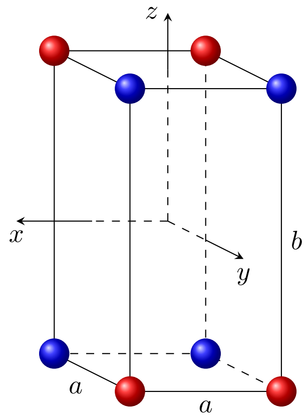
Elektrostatik

Korbinian Eschbaum

Jakob Unfried

1 Punktladungen

Betrachten Sie die folgende quaderförmige Ladungskonfiguration:



Die roten Kugeln stehen für Punktladungen $q > 0$ und die blauen Kugeln für Punktladungen $-q$. Der Ursprung des Koordinatensystems befinde sich genau in der Mitte.

(a) Bestimmen Sie das elektrische Feld am Ursprung.

(b) Berechnen Sie das elektrische Feld auf der z-Achse.

(c) Berechnen Sie die notwendige Arbeit, um eine Probeladung Q von $(0, 0, \infty)$ nach $\mathbf{0}$ zu befördern.

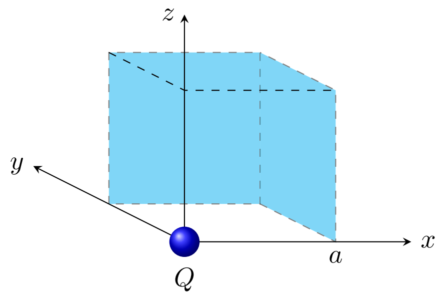
(d) Berechnen Sie das elektrische Feld auf der x-Achse.

2 Elektrischer Fluss

(a) Verifizieren Sie durch explizite Integration, dass der elektrische Fluss einer Punktladung Q durch eine umschließende Kugeloberfläche mit Radius r, die die Punktladung im Mittelpunkt trägt, gegeben ist durch

$$\Phi_{\text{el}} = \frac{Q}{\epsilon_0}.$$

(b) Betrachten Sie ein dreidimensionales Koordinatensystem mit einer Punktladung Q im Ursprung. Ferner sei im ersten Quadranten ein Würfel der Seitenlänge a gegeben, der mit einer Ecke den Ursprung berührt (siehe Skizze).



Berechnen Sie den elektrischen Fluss durch die Würfelflächen, die die Punktladung nicht berühren (in der Skizze blau gekennzeichnet).

Hinweis: Benutzen Sie die unbestimmten Integrale

$$\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1+x^2}^3} = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} + C \qquad \text{und} \qquad \int \frac{\mathrm{d}x}{(a^2+x^2)\sqrt{b^2+x^2}} = \frac{1}{a\sqrt{b^2-a^2}} \arctan\left(\frac{x\sqrt{b^2-a^2}}{a\sqrt{b^2+x^2}}\right) + C.$$

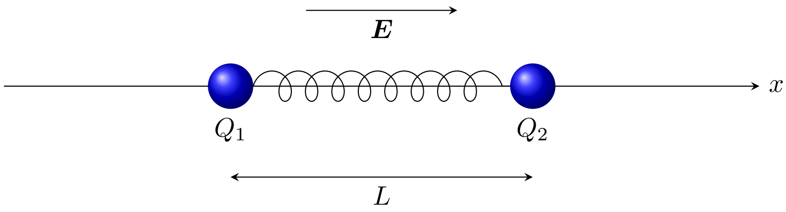
(c) Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem aus Teilaufgabe (a). Was stellen Sie fest?

3 Dipol im elektrischen Feld

Betrachten Sie einen Dipol bestehend aus den Ladungen Q bei x_1 und $-Q$ bei x_2 und ein nicht verschwindendes elektrisches Feld $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{x})$.

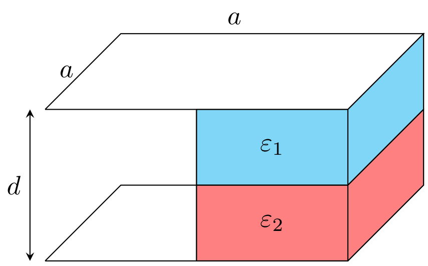
(a) Wir nehmen an, $\boldsymbol{E}$ sei senkrecht zur Verbindungslinie $\boldsymbol{x}_1 - \boldsymbol{x}_2$ in jedem Punkt auf ihr. Wirkt dann immer ein Drehmoment auf den Dipol? Begründen Sie Ihre Antwort.

(b) Das elektrische Feld sei nun homogen und $\boldsymbol{E} = E\boldsymbol{e}_x$. Zwei Ladungen $Q_1, Q_2 > 0$ seien nun nicht mehr mit einem festen Stab, sondern mit einer mechanischen Felder der Federkonstanten k (mit Gleichgewichtslänge 0) miteinander verbunden. Bestimmen Sie die Gleichung für den Gleichgewichtsabstand der beiden Ladungen voneinander in den Fällen $Q_2 \gtrless Q_1$ und $Q_2 = Q_1 = Q$. Sie müssen sie nicht lösen!



4 Plattenkondensator mit Dielektrika

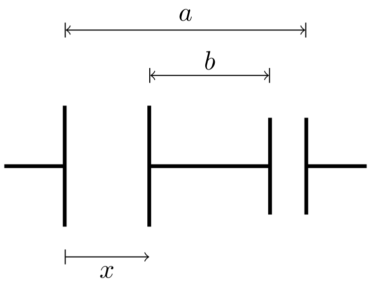
Berechnen Sie die Kapazität eines Plattenkondensators, welcher zur Hälfte Luft und zur Hälfte zwei Dielektrika mit Dielektrizitätskonstanten ε_1 und ε_2 jeweils zu gleichen Teilen in sich trägt (vgl. Skizze).



Hinweis: Überlegen Sie sich einen geeigneten Ersatzschaltkreis.

5 Beweglicher Kondensator

Betrachten Sie die Anordnung in der unteren Skizze.
Es handelt sich um zwei Plattenkondensatoren, der linke mit Querschnittsfläche $A_1 = 400\,\text{cm}^2$, der rechte mit Querschnittsfläche $A_2 = 3/4\ A_1$. Die jeweiligen Plattenabstände hängen von der Position x eines mittleren Bauteils ab. Es ist $a = 10\,\text{cm}$ und $b = 6\,\text{cm}$.



(a) Berechnen Sie die gesamte Kapazität beider Kondensatoren als Funktion von x.

(b) An die beiden Kondensatoren sei nun die konstante Spannung $U = 5\,\text{V}$ angelegt. Berechnen Sie die Gesamtenergie beider Kondensatoren als Funktion von x. Wo ist diese minimal und welchen Wert hat sie dort?

(c) Nun werden die beiden Kondensatoren zunächst mit der Spannung $U_i = 4\,\text{V}$ in der Position $x_i = 3\,\text{cm}$ aufgeladen. Danach wird die Spannungsquelle abgetrennt und die Kondensatoren von der Umwelt isoliert. Berechnen Sie die Gesamtenergie beider Kondensatoren als Funktion von x. Wo ist diese nun minimal und welchen Wert hat sie dort?

6 Zylinderkondensator

In dieser Aufgabe leiten wir die Formel für die Kapazität eines Zylinderkondensators her. Die beiden Kondensatorplatten sind Zylindermantel, deren Dicke wir vernachlässigen. Der Zylinder habe eine Länge von L. Sie haben Radien $R_1 < R_2$. Vernachlässigen Sie Randeffekte. Es ergibt sich

$$C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln \frac{R_2}{R_1}}$$

(a) Wir gehen davon aus, dass die innere Platte eine Ladung $+Q$ trägt und die äußere eine entgegengesetzte Ladung $-Q$. Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem aus und begründen sie mit Symmetrieargumenten, welche Form das elektrische Feld $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ hat. Stellen Sie sich dazu folgende Fragen: In welche Richtung zeigt das Feld? Gibt es Koordinaten, von denen es nicht abhängen kann?

(b) Wählen Sie ein geeignetes Integrationsvolumen und berechnen Sie mit dem Satz von Gauß das elektrische Feld $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ abhängig von Q.

(c) Berechnen Sie die Spannung U zwischen den beiden Platten als Potentialdifferenz.

(d) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators und vergleichen Sie sie mit obiger Formel.