Technische Universität München
Fakultät für Physik

Ferienkurs

Theoretische Physik 1 (Mechanik)

SS 2018

Aufgabenblatt 3

Daniel Sick
Maximilian Ries

1 Drehimpuls und Energie im Kraftfeld

Für welche Kombinationen der Parameter a, b, c gelten im Kraftfeld

$$\vec{F}(\vec{r}) = (ax^2 - y^2, 2bxy, cz),$$

der Erhaltungssatz des Drehimpulses $\vec{L}$ oder der Erhaltungssatz der Energie E? Bestimmen Sie gegebenenfalls das zugehörige Potential $U(\vec{r})$.

2 Elektron im Magnetfeld eines magnetischen Monopols

Ein Elektron (Masse m und Ladung $-e$) bewege sich in dem Magnetfeld eines im Ursprung fixierten magnetischen Monopols mit der magnetischen Feldstärke $\vec{B}(\vec{r}) = g\frac{\vec{r}}{r^3}$. Geben Sie die Bewegungsgleichung des Elektrons an (Lorentzkraft: $\vec{F}_L = -e\vec{v} \times \vec{B}$). Zeigen Sie, dass $\vec{J} = \vec{r} \times \vec{p} + eg\vec{r}/r$ eine Erhaltungsgröße ist und folgern Sie hieraus, dass die Bewegung auf der Oberfläche eines Kegels (mit der Spitze im Ursprung) stattfindet. Geben Sie den Öffnungswinkel 2Θ des Kegels an. Zur Kontrolle: $\cos\Theta = eg/J$. Geben Sie nun vereinfachte Bewegungsgleichungen in Kugelkoordinaten r, Θ, φ an. Lösen sie diese zu den Randbedingungen $\varphi(0) = 0$ und $r(0) = r_0$, wobei r_0 der minimale Abstand des Elektrons vom Ursprung ist. Sie können die Erhaltung der kinetischen Energie $T_{kin} = m\vec{v}^2/2$ verwenden. Zeigen Sie schließlich, dass die Bahnkurve $r = r(\varphi)$ auf dem Kegel die folgende Form hat:

$$r(\varphi) = \frac{r_0}{\cos(\varphi \sin\Theta)} \qquad\qquad \sin\Theta = \sqrt{1 - (eg/J)^2}.$$

Diese Kurve entstammt von einer Geraden in der Ebene, die zum Kegel aufgerollt wurde. Bei welcher Anfangsbedingung trifft das Elektron auf den magnetischen Monopol?

3 Fallende Kette

Eine feingliedrige Kette der Länge L und Masse m (konstante Masse pro Länge $\mu = m/L$) werde so über einer Tischplatte festgehalten, dass das unterste Glied diese gerade berührt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ werde die Kette losgelassen. Es wirke nur die Fallbeschleunigung g nach unten. Verwenden Sie als generalisierte Koordinate die Höhe z des obersten Kettenglieds. Stellen Sie die Lagrangefunktion $L(z, \dot{z})$ des Systems auf und berechnen Sie daraus die (nichtlineare) Bewegungsgleichung für z. Zeigen Sie, dass die Energieerhaltung gilt und geben Sie die Geschwindigkeit $|\dot{z}|$ des obersten Kettenglieds als Funktion der Höhe $0 < z < L$ an. Berechnen Sie die Fallzeit τ der Kette. Sie werden auf das elliptische Integral $\int_0^{\pi/2} dx\sqrt{\sin x} =$

1, 19814 stoßen. Vergleichen Sie das Ergebnis für τ mit der Zeit τ_0, die dieselbe Kette benötigt, um neben dem Tisch die Strecke L frei zu fallen. Wie erklären Sie sich die unterschiedlichen Fallzeiten?

4 Massepunkt auf unendlich langer, rotierender Stange

Ein Massenpunkt m bewegt sich reibungsfrei auf einer unendlich langen geraden Stange vernachlässigbarer Masse, welche mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ in der xy-Ebene rotiert (siehe Skizze). Es wirken keine weiteren (eingeprägten) Kräfte. Stellen Sie die Lagrangefunktion L des Systems auf und geben Sie die Bewegungsgleichung für den Abstand $r(t)$ des Massenpunktes von der Drehachse an. Lösen Sie diese Bewegungsgleichung zur Anfangsbedingung $r(0) = r_0 0$, $\dot{r}(0) = v_0$. Welche spezielle Lösung ergibt sich für $v_0 = -\omega r_0$? Bestimmen Sie aus der vorgegebenen Winkelbewegung $\varphi(t)$ die Zwangskraft $Z_\varphi = m a_\varphi$.