Technische Universität München
Fakultät für Physik

Ferienkurs

Experimentalphysik 2

SS 2018

Lösung Aufgabenblatt 1

Hagen Übele
Maximilian Ries

Aufgabe 1 (Coulomb Gesetz)

a) An den Ecken eines zwölfseitiges Polygon sitzen Ladungen mit der Ladung $q = 1\,\mathrm{C}$. Welche Kraft resultiert auf eine Probeladung gleicher Ladung im Zentrum der Anordnung. (Sie können sich die Anordnung wie die Zahlen eines Uhrenblattes vorstellen, der Durchmesser sei $30\,\mathrm{cm}$)

b) Welche Kraft wirkt auf die Probeladung, wenn eine Ladung entfernt wird? (Beispielsweise die 6 Uhr Ladung)

c) Nun seien 13 Ladungen mit $q = 1\,\mathrm{C}$ auf den Ecken eines 13-seitigen Polygons verteilt. Welche Kraft wirkt nun auf die Probeladung? (Der Durchmesser sei der selbe).

d) Welche Kraft wirkt auf die Probeladung, wenn eine der 13 Probeladungen entfernt wird?

Lösung

a) Null

b)

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2}$$

mit r als Abstand zu den Punktladungen.

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-q^2}{r^2}$$

die Kraft zeigt in Richtung der fehlenden Ladung, die 11 restlichen Ladungen gleichen sich aus bis auf den Teil des fehlenden q.

$$F = -3{,}994 \cdot 10^{11}\,\mathrm{N}$$

c) Null

d)

$$F = -3{,}994 \cdot 10^{11}\,\mathrm{N}$$

Aufgabe 2 (Gausscher Satz Differentiell)

Das elektrische Feld einer Region sei $\vec{E} = kr^3\hat{r}$ in sphärischen Koordinaten.

a) Bestimmen Sie die Ladungsdichte ρ

b) Bestimmen Sie die Ladung einer Kugel mit Radius R um den Ursprung.

Lösung

a)

$$\rho = \epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \epsilon_0 \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 \cdot kr^3) = \epsilon_0 \frac{1}{r^2} k(5r^4) = 5\epsilon_0 kr^2 \tag{1}$$

b)

$$Q = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot \mathrm{d}a = \epsilon_0 (kR^3)(4\pi R^2) = 4\pi\epsilon_0 kR^5 \tag{2}$$

Aufgabe 3 (Fluss durch Fläche)

Eine Punktladung q sitze in der Ecke eines Quaders (siehe Abbildung 1). Bestimmen Sie den Fluss von $\vec{E}$ durch die geschwärzte Seite.

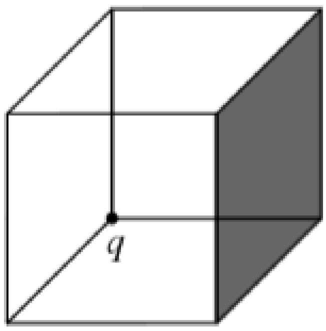
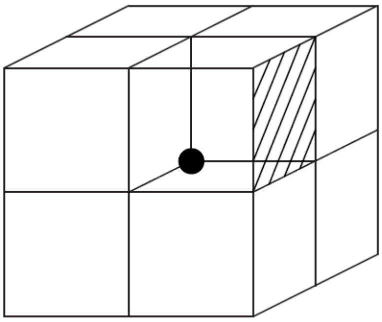


Abbildung 1: Skizze Aufgabe X

Lösung

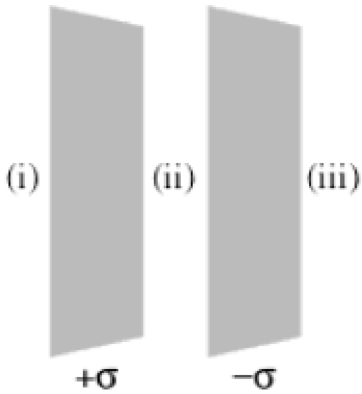
Man stelle sich den Quader als Teil eines größeren Quaders vor, wie in Abbildung . Die markierte Fläche (a) erhält den selben Fluss, wie alle 24 Flächen (A) der 8 Teilwürfel. Daraus folgt:

$$\iiint_a \vec{E} \cdot d^3a = \frac{1}{24} \iiint_A \vec{E} \cdot d^3a = \frac{q}{24\epsilon_0} \tag{3}$$



Aufgabe 4 (Unendliche geladene Flächen)

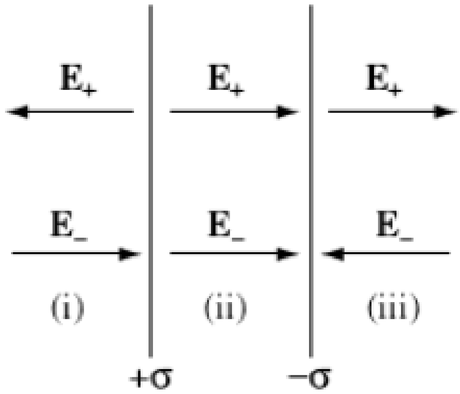
Es befinden sich zwei unendliche ausgedehnte Platten parallel zueinander (siehe Abbildung). Die Platten sind gegengleich geladen mit $\pm\sigma$, bestimmen Sie das elek-



trische Feld in den Regionen (i), (ii) und (iii).

Lösung

Der Betrag der Felder ist jeweils $E = \frac{1}{2\epsilon_0}\sigma$. Für die erste Platte hat es ein positives Vorzeichen rechts der Platte und ein negatives links der Platte, für die zweite Platte ist dies genau umgekehrt. (Siehe Abbildung) Daraus folgt, dass das E-Feld in den Bereichen (i) und (iii) verschwindet, im Bereich (ii) addieren sich die Felder zu $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$



Aufgabe 5 (Maxwell Gleichung)

Eines der folgenden Felder kann kein elektrostatisches Feld sein, welches?

a) $\vec{E} = k[xy\hat{x} + 2yz\hat{y} + 3xz\hat{z}]$

b) $\vec{E} = k[y^2\hat{x} + (2xy + z^2)\hat{y} + 2yz\hat{z}]$

Bestimmen Sie das Potential des korrekten Feldes.

Lösung

a) $\nabla \times \vec{E}_1 = k[\hat{x}(0 - 2y) + \hat{y}(0 - 3z) + \hat{z}(0 - x)] \neq 0$

b) $\nabla \times \vec{E}_2 = k[\hat{x}(2z - 2z) + \hat{y}(0 - 0) + \hat{z}(2y - 2y)] = 0$

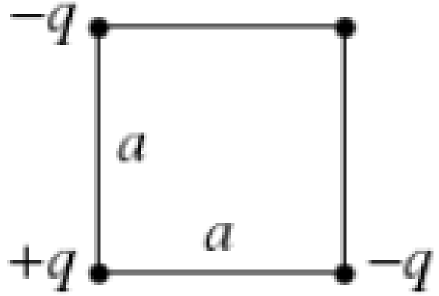
Also ist $\vec{E}_2$ das korrekte Feld.

$\Phi(x, y, z) = -\iiint_0^{(x_0,y_0,z_0} \vec{E} d\vec{r} = -k(xy^2 + yz^2)$

Aufgabe 6 (Energie einer Anordnung)

a) Drei Ladungen liegen in den Ecken eines Quadrates. (Siehe Abbildung). Welche Arbeit muss aufgewandt werden um eine Weiter Ladung +q aus der Ferne in die vierte Ecke zu bewegen?

b) Wie viel Energie befindet sich in der ganzen Anordnung?



Lösung

a) $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum\frac{q_i}{r_{ij}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left\{\frac{-q}{a}+\frac{1}{\sqrt{2}a}+\frac{-q}{a}\right\} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a}\left(-2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$$W_4 = qV = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a}\left(-2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

b) $W_1 = 0, W_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-q^2}{a}\right), W_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-q^2}{\sqrt{2}a}-\frac{-q^2}{a}\right), W_4 = (siehe (a)).$

$W_{tot} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{a}\left\{-1+\frac{1}{\sqrt{2}}-1-2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right\} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2q^2}{a}\left(-2+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Aufgabe 7 (Plattenkondensator)

Die beiden Platten eines Plattenkondensators (Plattenabstand $d = 1\,\mathrm{cm}$, Spannung zwischen den Platten $U = 5\,\mathrm{kV}$) haben die Fläche $A = 0{,}1\,\mathrm{m}^2$.

a) Wie groß sind die Kapazität des Kondensators und die Ladung auf den Platten? Berechnen Sie außerdem das resultierende elektrische Feld.

b) Leiten Sie her, dass die im Kondensator gespeicherte Energie W_{Feld} über Gleichung (4) ausgedrückt werden kann.

$$W_{\text{Feld}} = \frac{1}{2} C U^2 \tag{4}$$

c) Im Feld des Plattenkondensators sei ein atomarer Dipol ($q = \pm e$, Ladungsabstand $d = 5 \cdot 10^{-11}$ m). Wie groß ist das Drehmoment, das auf den Dipol wirkt, wenn die Dipolachse parallel zu den **Platten** steht? Welche Energie gewinnt man bzw. muss man aufwenden, wenn die Dipolachse parallel bzw. antiparallel zur **Feldrichtung** gestellt wird?

Lösung

a) Es ergibt sich:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = 88{,}5\,\text{pF} \tag{5}$$

$$Q = C \cdot U = 4{,}4 \cdot 10^{-7}\,\text{C} \tag{6}$$

$$E = \frac{U}{d} = 5 \cdot 10^5\,\frac{\text{V}}{\text{m}} \tag{7}$$

b) Entlädt man den Kondensator, der auf die Spannung U_0 aufgeladen war, über einen Widerstand R, so muss die gesamte im Kondensator gespeicherte Energie W_{Feld} in Joulsche Wärme im Widerstand R übergehen. Man erhält daher:

$$W_{\text{Feld}} = \int_0^\infty I^2 \cdot R \,\mathrm{d}t \tag{8}$$

Mit $I = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$ folgt:

$$W_{\text{Feld}} = \frac{U_0^2}{R} \cdot \left(- \frac{R \cdot C}{2} \right) \cdot e^{-\frac{2t}{RC}} \Big|_0^\infty \tag{9}$$

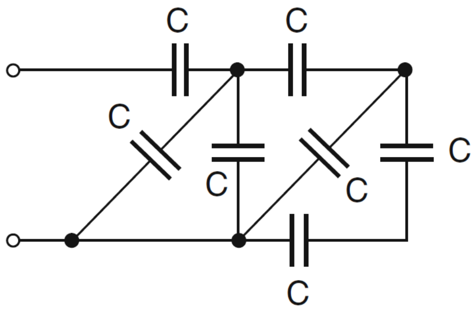
$$= \frac{U_0^2 C}{2} \tag{10}$$

c) Mit $\vec{D} = \vec{p} \times \vec{E}$ erhält man den Betrag des Drehmoments zu:

$$|\vec{D}| = 4 \cdot 10^{-24}\,\text{N} \cdot \text{m} \tag{11}$$

Damit ergibt sich die potentielle Energie W_{pot} zu:

$$W_{\text{pot}} = \vec{p} \cdot \vec{E} = 4 \cdot 10^{-24}\,\text{N} \cdot \text{m} \tag{12}$$

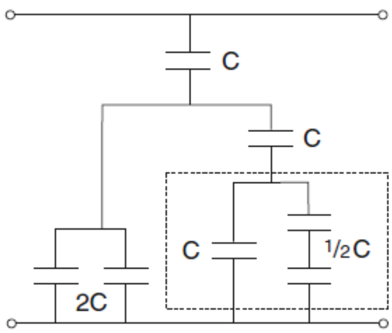


Aufgabe 8 (Anordnung von Kondensatoren)

Wie groß ist die Gesamtkapazität der in Abbildung gezeigten Schaltung?

Lösung

Die Schaltung kann durch die Umzeichnung vereinfacht werden.



Die Kapazität im gestrichelten Kasten ist:

$$C_K = C + \frac{1}{2}C = \frac{3}{2}C$$

Der Rechte Zweig gesamt ergibt:

$$\frac{1}{C} + \frac{2}{3C} = \frac{5}{3C} \Rightarrow C_r = \frac{3}{5}C$$

Für linken und rechten Zweig gilt:

$$C_l + C_r = \frac{3}{5}C + 2C = \frac{13}{5}C$$

Also für die Gesamtkapazität

$$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{5}{13}C + C \Rightarrow C_{ges} = \frac{13}{18}C$$