Ferienkurs Experimentalphysik 2

Übungsblatt 4

Tutoren: Elena Kaiser und Matthias Golibrzuch

6 Elektromagnetische Wellen

6.1 Kugelwelle

Zeigen sie dass die Kugelwelle $\xi = \frac{A}{r}\exp(i(kr - \omega t))$ die Wellengleichung

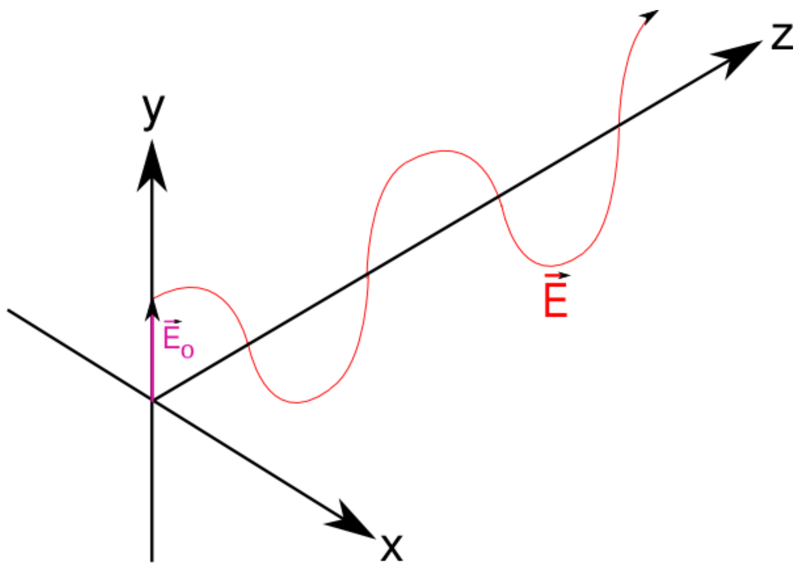
$$\Delta\xi = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} \tag{1}$$

löst. Wie groß ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle?
Hinweis: Der Laplacoperator in Kugelkoordinaten ist gegeben durch

$$\Delta = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin(\theta)\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2} \tag{2}$$

6.2 EM-Welle 1

Eine linear polarisierte elektromagnetische Welle pflanzt sich, wie in der Abbildung gezeigt, in positive z-Richtung fort. Der Vektor des elektrischen Feldes schwingt wie angegeben entlang der y-Achse. Die Maximalamplitude beträgt $E_0 = 1000\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$, die Welle hat eine Frequenz von 1 MHz.



a) Was ist die maximale magnetische Feldstärke B_0?

b) Geben Sie Betrag und Richtung des Vektors des magnetischen Feldes an einem Ort an, an dem $\vec{E} = (0; 250\,\mathrm{V/m}; 0)$ ist.

c) Was ist die kleinste Entfernung zwischen dem zuvor betrachteten Ort und dem nächsten Durchlaufen des maximalen magnetischen Feldes?

6.3 EM-Welle 2

Eine ebene, harmonische, monochromatische ($\lambda = 500\,\mathrm{nm}$) elektromagnetische Welle breite sich im Vakuum entlang der x-Achse aus. Die Amplitude des elektrischen Felds betrage $E_0 = 100\,\mathrm{V/m}$ und sei in z-Richtung polarisiert. Weiterhin sei $\vec{E}(\vec{r} = 0, t = 0) = E_0\vec{e}_z$ vorgegeben.

a) Geben sie die Kreisfrequenz ω und den Wellenvektor $\vec{k}$ an.

b) Geben sie $\vec{E}(\vec{r}, t)$ an und berechnen sie das dazugehörige $\vec{B}(\vec{r}, t)$.

c) Bestimmen sie die Energiedichte, die Intensität sowie die Richtung des Energieflusses.

7 Relativitätstheorie

7.1 Lorentztransformation

S' bewegt sich in positive x-Richtung mit der Geschwindigkeit $v = 0{,}25c$ zum S-System, so dass die Ursprünge der Koordinatensysteme zur Zeit $t = t' = 0$ in Deckung sind. Im S'-System blitzen die Lampe 1 am Ort $x'_1 = 2 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$ zur Zeit $t'_1 = 40\,\mathrm{s}$ und die Lampe 2 am Ort $x'_2 = -4 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$ zur Zeit $t'_2 = 45\,\mathrm{s}$ auf. Berechnen Sie die Orte x_1 und x_2 sowie die Zeiten t_1 und t_2 für diese Ereignisse im S-System.

7.2 Raumschiffe

Zwei Raumschiffe R_1 und R_2 starten zur Erdzeit $t = 0$ für eine Forschungsmission in Richtung des Sternbildes Cygnus (Schwan). Mit der Erdstation sei das System $S(t, x)$, mit dem Raumschiff R_1 das System $S' = (t', x')$ und mit dem Raumschiff R_2 das System $S'' = (t'', x'')$ fest verbunden. Bezogen auf die Erdstation hat das Raumschiff R_1 die Geschwindigkeit $v_1 = 0{,}6c$ und das Raumschiff R_2 die Geschwindigkeit $v_2 = 0{,}8c$. Die Borduhren sowie die Missionsuhr auf der Erdstation wurden beim Start synchronisiert und die Systeme S, S' und S'' seien gleich orientiert.

a) Zeichnen Sie ein Minkowski-Diagramm für das S-System und tragen sie Weltlinien der Raumschiffe R_1 und R_2 ein.

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Raumschiffs R_2 im System des Raumschiffs R_1.

Zum Zeitpunkt $t_1 = 1\,\mathrm{h}$ wird zur Kontrolle der Raumschiffe ein Lichtspruch an sie versandt. Der Lichtspruch wird von Raumschiff R_2 zum Zeitpunkt t''_2 (Ereignis P) sofort beantwortet und zur Erdstation zurückgesandt und trifft dort zum Zeitpunkt t_3 ein.

c) Tragen sie das Ereignis P in das Minkowski-Diagramm ein und berechnen sie die Zeit t_3

Nach $t'_P = 10\,\text{h}$ Flugzeit registriert das Raumschiff R_1 (Ereignis Q) gleichzeitig zwei Sternenexplosionen $E_1(t'_Q, x_{E1})$ und $E_2(t'_Q, x_{E2})$. Der räumliche Abstand $|x_{E2} - x_{E1}|$ wird zu $\frac{8}{5}$ Lichtstunden bestimmt. Die Ereignisse E_1 und E_2 liegen symmetrisch zur halben bis t'_Q von R_1 zurückgelegten Flugstrecke. Das Raumschiff meldet das Ereignis Q sofort per Lichtspruch an das Raumschiff R_2 und die Erdstation. Auf der Erde trift die Nachricht zum Zeitpunkt t_4 und auf R_2 zum Zeitpunkt t''_4 ein.

d) Tragen Sie das Ereignis Q in das Minkowski-Diagramm ein. Berechnen sie die Zeitpunkte t_4 und t''_4. Verwenden sie ihre Ergebnisse aus Teilaufgaben 1b) und c).

e) Berechnen sie die räumlichen Koordinaten x_{E1} und x_{E2} der Ereigniss E_1 und E_2 im System S. Tragen sie dann die beiden Ereignisse in das Minkowski-Diagramm ein. Welche Bedeutung hat die Linie, auf der Die Ereignisse Q, E_1 und E_2 liegen?

7.3 Einstein-Zug

Der Einstein-Zug S' bewegt sich in positive x-Richtung mit der Geschwindigkeit $v = 0,6c$ zum Bahnhof S, so dass die Ursprünge der Koordinatensysteme am Zugende ($x' = 0$) bzw. der hinteren Bahnsteigkante ($x = 0$) zur Zeit $t = t' = 0$ in Deckung sind. S' gibt zur Zeit $t' = 0$ einen Schuss in positive x'-Richtung auf die Lokomotive ab. Er stellt fest, dass das Geschoss eine Geschwindigkeit von $u' = 0,8c$ hat und in die Lokomotive einschlägt. Anschließend bestimmt er die Länge des Zuges zu $s' = 3$ Lichtsekunden.

a) Welche Zuglänge s misst S?

b) Welche Laufzeit Δt misst S für das Geschoss?

c) Welche Geschwindigkeit u misst S für das Geschoss?