Technische Universität München
Fakultät für Physik

Ferienkurs

Experimentalphysik 1

WS 2016/17

Probeklausur - Lösung

Aufgabe 1

Ein Ball soll vom Punkt $P_0(x_0 = 0, y_0 = 0)$ aus unter einem Winkel $\alpha = 45°$ zur Horizontalen schräg nach oben geworfen werden.

(a) Stellen Sie die Bahngleichung $y(x)$ auf!

(b) Wie groß muss die Abwurfgeschwindigkeit v_0 sein, wenn der Punkt $P_1(x_1 = 6\text{m}, y_1 = 1,5\text{m})$ getroffen werden soll?

(c) Welcher Winkel α' und welche Abwurfgeschwindigkeit v_0' müssen gewählt werden, wenn der Ball in horizontaler Richtung in P_1 ankommen soll?

Lösung:

(a) Aus Kapitel (1.3.) wissen wir die allgemeine Form der Bahnkurve für den schiefen Wurf:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_{0x}t + x_0 \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t + h. \end{pmatrix} \tag{1}$$

In unserem Fall wird der Ball vom Boden aus geworfen, deshalb können wir $h = 0$ setzen. Für v_{0x} und v_{0y} gilt

$$v_{0x} = v_0 \cos(\alpha), \quad v_{0y} = v_0 \sin(\alpha). \tag{2}$$

Somit wir die Bahnkurve des Balls zu:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cos(\alpha)t \\ -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Um die Gleichung $y(x)$ zu erhalten, müssen wir t in $x(t)$ und $y(t)$ eliminieren. Aus $x(t)$ erhalten wir

$$t = \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)}. \tag{4}$$

Setzen wir diesen Ausdruck für t in $y(t)$ ein, erhalten wir:

$$y(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan(\alpha) \tag{5}$$

(b) Um die Anfangsgeschwindigkeit v_0 zu berechnen, müssen wir die Gleichung $y(x)$ nach v_0 umstellen und den Punkt $P_1(x_1, y_1)$ einsetzen:

$$v_0 = \sqrt{-\frac{1}{2} \frac{g x_1^2}{\cos^2(\alpha)} \frac{1}{y_1 - x_1 \tan(\alpha)}} = 8,9 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{6}$$

(c) Wenn der Ball in horizontaler Richtung auf den Punkt P_1 treffen soll, bedeutet das, dass P_1 der Scheitelpunkt der Wurfparabel ist. Am Scheitelpunkt (y_1, x_1) gilt für die Steigung: $y'(x_1) = 0$. Wir berechnen die Ableitung $y'(x)$:

$$y'(x) = -\frac{g}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} x + \tan(\alpha) \tag{7}$$

$$y'(x_1) = -\frac{g}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} x_1 + \tan(\alpha) = 0 \tag{8}$$

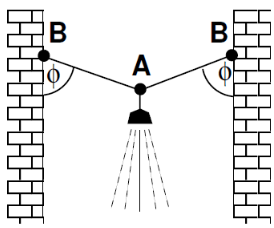
$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{g}{\tan(\alpha) \cos^2(\alpha)} x_1 \tag{9}$$

Einsetzen von v_0^2 in $y_1(x_1)$ ergibt schließlich:

$$\alpha' = 26,6^\circ \quad \text{und} \quad v_0' = 12 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \tag{10}$$

Aufgabe 2

Eine Straßenlaterne mit Masse 20kg ist an der Mitte eines masselosen Seils zwischen zwei Häusern aufgehängt. Das Seil hat an beiden Seiten einen Winkel von $\phi = 80^\circ$ zur Hauswand.



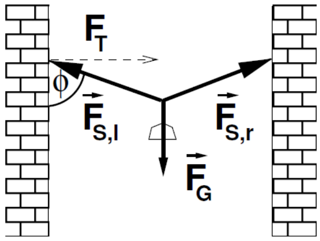
(a) Zeichne das Kräftediagramm der am Aufhängepunkt A der Lampe angreifenden Kräfte und geben Sie diese in vektorieller Darstellung an.

(b) Welchen Betrag haben die auf die Befestigungspunkte B wirkenden Kräfte?

(c) Was passiert, wenn man das Seil versucht horizontal zu spannen (d.h. $\phi \to 90^\circ$)?

Lösung:

(a) An A greifen die Gewichtskraft $\vec{F}_\mathrm{G} = M\vec{g}$ der Straßenlaterne, sowie die Zugkräfte $\vec{F}_\mathrm{S,l}$ und $\vec{F}_\mathrm{S,r}$ der linken, bzw. rechten Seilhälfte an. Wegen der Symmetrie der Anordnung (Aufhängung in Seilmitte, Winkel auf beiden Seiten gleich) ist $|\vec{F}_\mathrm{S,l}| = |\vec{F}_\mathrm{S,r}| = F_\mathrm{S}$. Aus dem Kräftediagramm folgt:



$$2 \cdot F_\mathrm{S} \cos\phi = |\vec{F}_\mathrm{G}| = Mg \Rightarrow F_\mathrm{S} = \frac{Mg}{2\cos\phi} = 565\mathrm{N}. \tag{11}$$

Damit folgt:

$$\vec{F}_\mathrm{G} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -Mg \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -196\mathrm{N} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

$$\vec{F}_\mathrm{S,l} = \begin{pmatrix} -F_\mathrm{S}\sin\phi \\ 0 \\ F_\mathrm{S}\cos\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -556\mathrm{N} \\ 0 \\ 98\mathrm{N} \end{pmatrix}, \vec{F}_\mathrm{S,r} = \begin{pmatrix} F_\mathrm{S}\sin\phi \\ 0 \\ F_\mathrm{S}\cos\phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 556\mathrm{N} \\ 0 \\ 98\mathrm{N} \end{pmatrix} \tag{13}$$

(b) An den Befestigungspunkten B greifen die Kräfte $-\vec{F}_\mathrm{S,l}$ und $-\vec{F}_\mathrm{S,r}$ an, jeweils mit Betrag $F_\mathrm{S} = 565\mathrm{N}$.

(c) Für $\phi \to 90°$ ist $\lim_{\phi\to 90°} F_\mathrm{S} = \infty$

$\Rightarrow$ die benötigte Kraft wird unendlich, das Seil würde reißen oder die Befestigung nachgeben.

Aufgabe 3

Ein Stern der Masse $M = 3 \times 10^{30}$ kg und dem Radius $R = 8 \times 10^{8}$ m benötigt für eine Rotation $T = 22$ Tage. Der Stern kollabiert ohne Massenverlust zu einem Neutronenstern und benötigt nur noch 4 ms für eine Rotation. Die Massenverteilung in Stern und Neutronenstern sei jeweils homogen.

(a) Wie groß sind Trägheitsmoment, Drehimpuls und Rotationsenergie des Sternes vor dem Kollaps?

(b) Bleibt bei dem Kollaps der Drehimpuls erhalten? Bleibt die Rotationsenergie erhalten?

(c) Wie groß ist das Trägheitsmoment und die Rotationsenergie nach dem Kollaps? Woher kommt die zusätzliche Rotationsenergie?

Lösung:

(a) Trägheitsmoment:

$$I = \frac{2}{5}mr^2 = \frac{2}{5}(3 \times 10^{30})(8 \times 10^{8})^2 = 7.68 \times 10^{47}\mathrm{kgm}^2 \tag{14}$$

[**1**]

Um den Drehimpuls zu berechnen, wird die Kreisfrequenz des Sterns vor dem Kollaps benötigt:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{22 \times 86400\text{s}} = 3.31 \times 10^{-6}\text{s}^{-1} \tag{15}$$

$$L = I\omega = 7.68 \times 10^{47} \times 3.31 \times 10^{-6}\text{kgm}^2/\text{s} = 2.54 \times 10^{42}\text{kgm}^2/\text{s} \tag{16}$$

[**1**]

Rotationsenergie:

$$E_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}(7.68 \times 10^{47})(3.31 \times 10^{-6})^2 = 4.21 \times 10^{36}\text{J} \tag{17}$$

[**1**]

(b) Der Drehimpuls bleibt erhalten, da es sich um ein abgeschlossenes System handelt. Die Rotationsenergie hingegen nimmt zu, da $E_{rot} = \frac{1}{2}L\omega$; L bleibt konstant, aber ω nimmt zu.

[**1**]

(c) Die Kreisfrequenz nach dem Kollaps beträgt:

$$\omega = \frac{2\pi}{4\text{ms}} = 1.57 \times 10^3 1/\text{s}^2 \tag{18}$$

Das Trägheitsmoment nach dem Kollaps lässt sich durch die Drehimpulserhaltung ermitteln:

$$L_{\text{Stern}} = L_{\text{Neutronenstern}} = I_{\text{Neutronenstern}}\omega_{\text{Neutronenstern}} \tag{19}$$

$$I_{\text{Neutronenstern}} = \frac{2.54 \times 10^{42}}{1.57 \times 10^3} = 1.62 \times 10^{39}\text{kgm}^2 \tag{20}$$

[**1**]

Die Rotationsenergie des Neutronensterns beträgt

$$E_{rot} = \frac{1}{2}L\omega = \frac{1}{2}(2.54 \times 10^{42})(1.57 \times 10^3) = 1.99 \times 10^{45}\text{J} \tag{21}$$

[**1**]

Die zusätzliche Rotationsenergie war vorher in Form von Gravitationsenergie gespeichert. Bei der Kontraktion eines Himmelskörpers wird diese potentielle Energie frei.

[**1**]

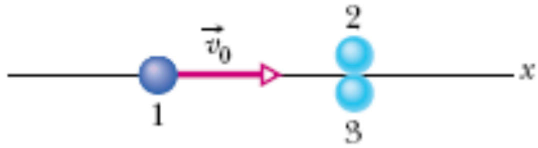
Aufgabe 4

Betrachte die unten stehende Abbildung. Kugel 1 rollt mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ elastisch auf die einander berührenden, ruhenden Kugeln 2 und 3 zu, deren Mittelpunkte auf einer Linie senkrecht zur Aunkunftsrichtung von Kugel 1 liegen. Alle Kugeln sind identisch und haben die Masse m. Kugel 1 trifft genau den Berührungspunkt der Kugeln 2 und 3. Alle Bewegungen erfolgen reibungsfrei. Wie groß sind die Geschwindigkeiten von

a) Kugel 2,

b) Kugel 3 und

c) Kugel 1 nach dem Stoß.



Und in welchem Winkel von der x-Achse bewegen sie sich jeweils?

(*Hinweis:* Wenn die Reibung vernachlässigt wird, zeigen die Kraftstöße jeweils in Richtung der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Stoßpartner, senkrecht zu den einander berührenden Oberflächen.)

Lösung:

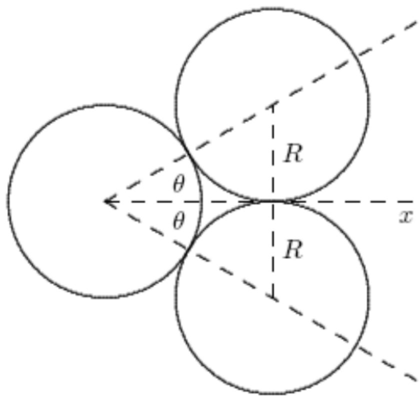
Das Diagramm unten zeigt die Situation wenn die anrollende Kugel (die linke Kugel) auf die anderen beiden stößt. Sie gibt jeder der beiden ruhenden Kugeln einen gleich großen Impuls jeweils entlang der gestrichelten Linie, die das Zentrum der ankommenden Kugle mit dem Zentrum der ruhenden Kugeln verbindet. Die angestoßenen Kugeln bewegen sich nach dem Stoß entlang dieser Linien während sich Kugel 1 auch nach dem Stoß entlang der x-Achse bewegt. Die drei gestrichelten Linien, welche die Zentren der Kugeln verbinden, bilden ein gleichseitiges Dreieck. Somit sind beide Winkel, die mit θ markiert sind genau $3\,^\circ$ groß. Sei nun v_0 die Geschwindigkeit der ankommenden Kugel 1 vor der Kollision und $v\,'$ ihre Geschwindigkeit nach dem Stoß. Die beiden anderen Kugeln haben nach dem Stoß die gleiche Geschwindigkeit, welche im folgenden mit v benannt wird.

Da die x-Komponente des Gesamtimpulses des drei-Kugel-Systems erhalten ist, gilt

$$mv_0 = mv\,' + 2mv\cos(\theta) \quad .$$

Die Gesamtenergie des Systems ist ebenfalls erhalten, und somit

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv'^{\,2} + 2(\frac{1}{2}mv^2) \quad .$$



Wir wissen die Richtung in welche sich die beiden angestoßenen Kugeln (also Kugel 2 und 3) nach dem Stoß bewegen wodurch wir $v\,'$ ersetzen können und die Gleichung für v lösen können. Aus der Gleichung der Impulserhaltung bekommen wir

$$v\,' = v_0 - 2v\cos(\theta) \implies v'^{\,2} = v_0^2 - 4v_0 v\cos(\theta) + 4v^2\cos^2(\theta) + 2v^2$$

und damit ergibt sich die Gleichung der Energieerhaltung zu

$$v_0^2 = v_0^2 - 4v_0 v\cos(\theta) + 4v^2\cos^2(\theta) + 2v^2 \quad .$$

Somit ist

$$v = \frac{2v_0\cos(\theta)}{1+2\cos^2(\theta)} = \frac{2\cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cos(30\,^\circ)}{1+2\cos^2(30\,^\circ)} = 6{,}93\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

a) Durch obige Begründung und Rechnung sehen wir, dass sich die 2. Kugel nach dem Stoß mit 6,9 m/s bewegt und sie sich in einem Winkel von 30 ° gegen den Uhrzeigersinn von der x-Achse wegbewegt.

b) Ähnliches gilt für Kugel 3, sie bewegt sich mit 6,9 m/s in einem Winkel von 30 ° im Uhrzeigersinn von der x-Achse weg.

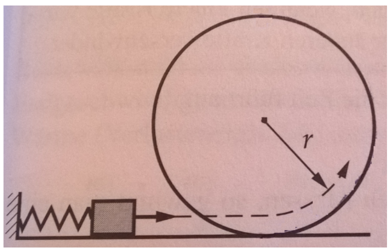
c) Wir benutzen nun erneut die Impulserhaltung um die Endgeschwindigkeit der ersten Kugel zu berechnen.

$$v' = v_0 - 2v\cos(\theta) = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 2\cdot 6{,}93\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cos(30\,^\circ) = -2{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad .$$

Das Minuszeichen zeigt hierbei, dass die Kugel zurückstößt und sich nach dem Stoß in negativer x-Richtung bewegt.

Aufgabe 5

Ein Körper der Masse $m = 20\,\mathrm{g}$ soll, nachdem er von einer Feder mit Federkonstante $k = 4{,}8\,\frac{\mathrm{N\,m}}{\mathrm{cm}}$ abgeschossen wurde, eine Schleifenbahn vom Radius $r = 0{,}5\,\mathrm{m}$ reibungsfrei durchlaufen.



(a) Um welches Stück x_0 muss man die Feder spannen, damit der Körper die Schleifenbahn gerade noch durchläuft, ohne herunterzufallen?

(b) Wie groß ist die Kraft der Schiene auf die Masse, zu dem Zeitpunkt, zu dem die Masse gerade in die Kreisbahn einläuft?

Lösung:

(a) Am oberen Punkt des Loopings gilt:

$$F_G = F_Z \tag{22}$$

$$\Rightarrow mg = m\frac{v^2}{r} \tag{23}$$

$$\Rightarrow v^2 = rg \tag{24}$$

da der Körper gerade noch durch den Looping fährt. Außerdem gilt Energieerhaltung, die potentielle Energie der Feder ist gleich der potentiellen Energie und kinetischen Energie des Körpers am oberen Punkt des Loopings:

$$\frac{1}{2}kx_0^2 = mg\cdot 2r + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{(4mgr+mgr)}{k}} \Rightarrow x_0 = \sqrt{\frac{5mgr}{k}} = 3{,}2\,\mathrm{cm} \tag{25}$$

(b) Am Boden des Loopings ist die Geschwindigkeit gegeben durch:

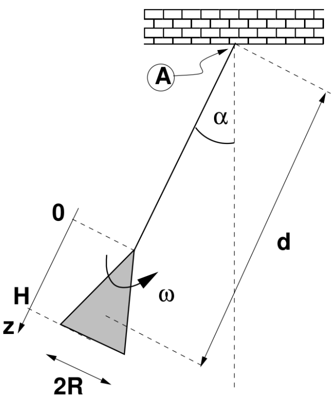
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 \Rightarrow v^2 = \frac{kx_0^2}{m} \tag{26}$$

Die Kraft, die die Schiene auf den Körper ausübt, ist

$$F = mg + \frac{mv^2}{r} = mg + \frac{kx_0^2}{r} = mg + \frac{5mgkr}{kr} = 6mg = 1{,}17\,\mathrm{N} \tag{27}$$

Aufgabe 6

Ein Kegel mit homogener Dichte ρ, Höhe H und Grundflächenradius R wird mit Winkelgeschwindigkeit ω um seine Symmetrieachse in Drehung versetzt und dann so an einer frei drehbaren, näherungsweise masselosen Stange aufgehängt, dass die Kegelachse mit der Stange eine Linie bildet und die Stange mit der Senkrechten einen Winkel α einschließt (siehe Skizze). Der Schwerpunkt des Kegels ist dabei eine Strecke d vom Aufhängepunkt A der Stange entfernt.



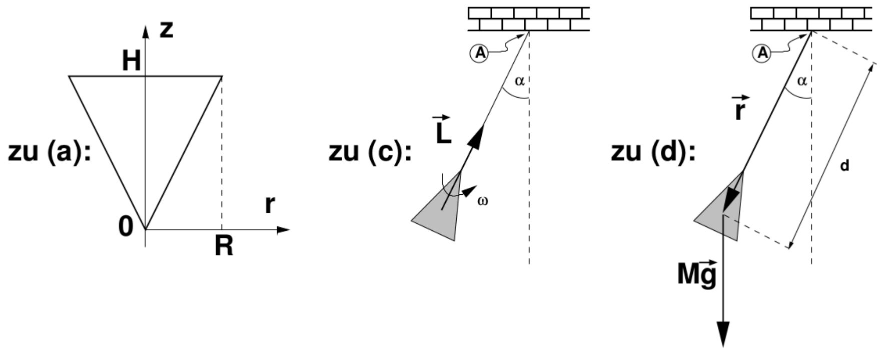
a) Geben Sie den Kegelradius $r(z)$ als Funktion des Abstandes z von der Kegelspitze an.

b) Zeigen Sie durch geeignete Integrationen in Zylinderkoordinaten, dass die Kegelmasse durch $M = \rho \cdot \pi R^2 H/3$ gegeben ist und das Massenträgheitsmoment $I = 0.3MR^2$ beträgt.

c) Geben Sie Betrag und Richtung des Drehimpulses des Kegels an.

d) Berechnen Sie Betrag und Richtung des durch die Gewichtskraft erzeugten Drehmoments $\vec{D}$ bzgl. des Aufhängepunkts A der Stange.

Lösung:



a) Der Kegelradius $r(z)$ im Abstand z von der Kegelspitze ist $r(z) = \frac{R}{H} \cdot z$.

b) Bei Integration in Zylinderkoordinaten ist das Volumenelement $\mathrm{d}V = r\mathrm{d}r\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}z$; damit wird

$$M = \int_V \rho \mathrm{d}V = \rho \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \int_0^H \mathrm{d}z \int_0^{r(z)} r'\mathrm{d}r' \quad \text{und}$$
$$I = \int_V r'^2 \mathrm{d}m = \rho \int_V r'^2 \mathrm{d}V = \rho \int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi \int_0^H \mathrm{d}z \int_0^{r(z)} r'^3 \mathrm{d}r' \quad .$$

Berechnung von M:

$$M = \rho \underbrace{\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi}_{\text{ergibt } 2\pi} \int_0^H \mathrm{d}z \underbrace{\int_0^{r(z)} r'\mathrm{d}r'}_{=(r(z))^2/2} = \pi\rho \int_0^H \mathrm{d}z \left(z \cdot \frac{R}{H}\right)^2 = \frac{\pi\rho R^2}{H^2} \cdot \frac{H^3}{3} = \frac{1}{3}\rho\pi R^2 H \quad .$$

Berechnung von I:

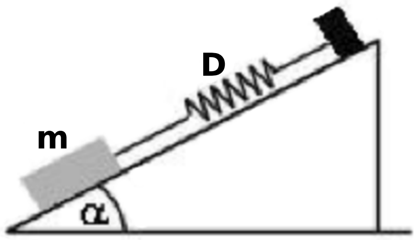
$$I = \rho \underbrace{\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\phi}_{\text{ergibt } 2\pi} \int_0^H \mathrm{d}z \underbrace{\int_0^{r(z)} r'^3\mathrm{d}r'}_{=(r(z))^4/4} = \frac{\pi\rho}{2} \int_0^H \mathrm{d}z \left(z \cdot \frac{R}{H}\right)^4 = \frac{\pi\rho R^4}{2H^4} \cdot \frac{H^5}{5} = \frac{1}{10}\rho\pi R^4 H = \frac{3}{10} M R^2 \quad .$$

c) Der Drehimpuls des Kegels hat den Betrag $L = |\vec{L}| = I\omega = 0.3MR^2\omega$. Dabei zeigt $\vec{L}$ in Richtung der Stange zum Aufhängepunkt A hin.

d) Das Drehmoment wird verursacht durch die Gewichtskraft $M\vec{g}$ und hat den Betrag $D = |\vec{D}| = |\vec{r} \times (M\vec{g})| = Mgd\sin(\alpha)$. $\vec{D}$ steht senkrecht auf $\vec{g}$ und $\vec{r}$, zeigt also senkrecht aus der Zeichenebene heraus.

Aufgabe 7

Auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel $\alpha = 20\,^\circ$ befindet sich ein Körper der Masse $m = 1\,\mathrm{kg}$. An dem Körper ist ein masseloser starrer Draht befestigt, der den Körper mit einer Feder der Federkonstanten D verbindet, die ihrerseits an der Spitze der schiefen Ebene befestigt ist.



a) Wie lautet die Bewegungsgleichung des Systems und ist deren Lösung für die Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$. Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.

b) Welche Federstärke D muss die Feder besitzen, damit die Masse mit einer Frequenz $f = 10\,\mathrm{Hz}$ schwingt?

c) Welchen Einfluss hat der Neigungswinkel α auf das System?

Lösung:

a) Würde der Neigungswinkel $\alpha = 90\,^\circ$ betragen, so hätten wir es mit einem ganz normalen Federpendel zu tun. Da aber in Aufgabenteil c) explizit nach der α-Abhängigkeit gefragt ist, werden wir diese gleich in der Bewegungsgleichung berücksichtigen.
Wählen wir die positive x-Richtung so, dass sie die schiefe Ebene herab zeigt, so ergibt

sich bei einer Auslenkung der Feder um x aus der Ruhelage x_0 für die resultierende Kraft $F = F_{Hang} - F_{Feder}$, also

$$m\ddot{x} = mg\sin(\alpha) - Dx \qquad \Longrightarrow \qquad \ddot{x} + \omega^2 x = g\sin(\alpha) \text{ mit } \omega = \sqrt{D/m}$$

Die Lösung der homogenen DGL ist die bekannte Schwingungsfunktion

$$x_h(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

Da die Inhomogenität hier nur eine Konstante ist, wählen wir als Ansatz ebenfalls eine konstante Funktion $x_p(t) = C$. Eingesetzt in die DGL ergibt sich

$$x_p(t) = \frac{g\sin(\alpha)}{\omega^2} = x_0 \quad .$$

Die ganze Lösung lautet somit

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) + \frac{g\sin(\alpha)}{\omega^2}$$

Mit den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$ erhält man für die Koeffizienten

$$A = \frac{v_0}{\omega} \qquad B = 0$$

Man erhält also insgesamt

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) + x_0 \quad .$$

b) Es gilt

$$\omega^2 = (2\pi f)^2 = \frac{D}{m} \Longrightarrow D = m(2\pi f)^2 = 4\,\frac{\text{kN}}{\text{m}} \quad .$$

c) Die Eigenfrequenz ω hängt nicht vom Winkel α ab. Die Ruhelage

$$x_0 = \frac{g\sin(\alpha)}{\omega^2}$$

allerdings schon.

Aufgabe 8

Eine griechische Prinzessin besucht Archimedes mit der Bitte, ihr auf einem persischen Flohmarkt erstandenes Goldgeschmiede auf Echtheit zu prüfen. Er hängt den Schmuck an eine Federwaage und liest eine Kraft von $F_1 = 3\,\text{N}$ ab. Anschließend wiederholt er die Messung, wobei er den Schmuck (nicht aber die Federwaage) jetzt vollständig in Wasser eintaucht. Das Ergebnis ist eine Kraft von 2,7 N. Wie lautet sein Urteil? Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung.

Hinweis: Die Dichte von Wasser beträgt $\rho_W = 1{,}0\,\text{g/cm}^3$, die von Gold $\rho_G = 19{,}3\,\text{g/cm}^3$.

Lösung:

Bei der ersten Messung wird die Gewichtskraft des Schmuckstücks gemessen ($F_G = 3\,\mathrm{N} = \rho'_G V g$), bei der zweiten Messung im Wasser wird die Gewichtskraft minus der Auftriebskraft gemessen:

$$F_G - F_A = 3\,\mathrm{N} - \rho_W V g = 2{,}7\,\mathrm{N}. \tag{28}$$

Nun gilt es zu überprüfen, ob die Dichte ρ'_G, der von reinem Gold entspricht. Aus Gleichung (28) kann man das Volumen V des Schmucks bestimmen:

$$V = \frac{(3\,\mathrm{N} - 2{,}7\,\mathrm{N})}{\rho_W g} = \frac{0{,}3\,\mathrm{N}}{\rho_W g} \tag{29}$$

Stellt man nun die Gewichtskraft des Goldes nach ρ_G um, erhält man:

$$\rho'_G = \frac{3\,\mathrm{N}}{V g} = \frac{3\,\mathrm{N} \cdot \rho_W g}{0{,}3\,\mathrm{N} \cdot g} = 10\,\mathrm{g/cm^3} < \rho_G \tag{30}$$

Es handelt sich also nicht um (reines) Gold, oder der Schmuck ist hohl.