Technische Universität München
Fakultät für Physik

Ferienkurs

Experimentalphysik 1

WS 2016/17

Lösung 3

Ronja Berg (ronja.berg@ph.tum.de)
Katharina Scheidt (katharina.scheidt@tum.de)

Aufgabe 1: Stahlseil

(a) Das Elastizitätsgesetz lautet

$$F = EA\frac{\Delta L}{L}. \tag{1}$$

Nach ΔL umgestellt und mit $F = mg$ ergibt das:

$$\Delta L = \frac{FL}{EA} = 7{,}4\,\mathrm{cm}. \tag{2}$$

(b) Die Definition der Poissonzahl lautet:

$$\mu = -\frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\Delta L}{L}} \tag{3}$$

Daraus ergibt sich:

$$\Delta d = -\frac{\mu d \Delta L}{L} = -4{,}4\,\mu\mathrm{m} \tag{4}$$

(c) Der Haken führt nun eine harmonische Schwingung aus. Man kann also nach dem Prinzip der Federpendel-Aufgabe weiterrechnen.

(d) Es gilt Energieerhaltung (Federkonstante $k = \frac{AE}{L}$):

$$\frac{1}{2}k\Delta L^2 = \frac{1}{2}\frac{AE}{L}\Delta L^2 = E_{\mathrm{vor}} = E_{\mathrm{nach}} = mgh \tag{5}$$

$$\Rightarrow h = \frac{AE\Delta L^2}{2mgL} = 3{,}7\,\mathrm{m} \tag{6}$$

Aufgabe 2: Reibung 1

Betrachtet man die zwei Massen getrennt, kann für jede der Massen eine Bewegungsgleichung aufstellen. Auf die Masse, die über die Glas- bzw. Holzplatte rutscht, wirkt die Reibungskraft F_R entgegen der Bewegungsrichtung und die Seilspannung T entgegengesetzt zur Reibungskraft. Außerdem erfährt die Masse eine resultierende Beschleunigung $\ddot{x}_1$. Wir können also für m_1 schreiben:

$$-F_\mathrm{R} + T = m_1\ddot{x}_1. \tag{7}$$

Auf die zweite Masse m_2 wirkt die Gravitationskraft F_G und die Seilspannung in entgegengesetzte Richtung. m_2 erfährt eine Beschleunigung die entgegengesetzt gleich groß ist, wie die Beschleunigung, die m_1 erfährt: $\ddot{x}_1 = -\ddot{x}_2$. Für m_1 können wir die folgende Bewegungsgleichung aufstellen:

$$-F_\mathrm{G} + T = m_2\ddot{x}_2 = -m_2\ddot{x}_1. \tag{8}$$

Lösen wir die Gleichung nach $\ddot{x}_1$ auf, erhalten wir

$$\ddot{x}_1 = g - \frac{T}{m_2} \tag{9}$$

Wenn wir (7) nach $\ddot{x}_1$ auflösen, erhalten wir:

$$\ddot{x}_1 = -\mu g + \frac{T}{m_1} \tag{10}$$

Gleichsetzen mit (9) liefert:

$$-\mu g + \frac{T}{m_1} = g - \frac{T}{m_2} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g(1+\mu) \tag{11}$$

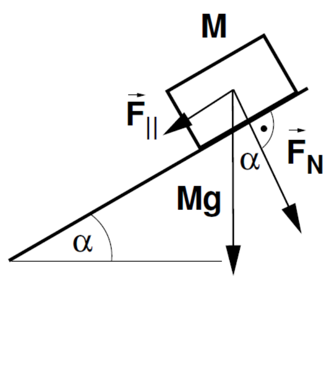
Die Differenz ΔT der Fadenspannung ist dann

$$T_\mathrm{Glas} - T_\mathrm{Holz} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g(1+\mu-1) = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g\mu = 0{,}05\,\mathrm{N} \tag{12}$$

Aufgabe 3: Reibung 2

(a) Die Beträge der Normalkraft F_N, bzw. der Hangabtriebskraft F_H sind:

$$F_\mathrm{N} = Mg\cos\alpha \tag{13}$$
$$F_\mathrm{H} = Mg\sin\alpha \tag{14}$$



(b) Rutschen setzt ein, sobald

$$F_\mathrm{H} > F_\mathrm{Haft} = \mu_\mathrm{H} F_\mathrm{N} \tag{15}$$
$$\Rightarrow mg\sin\alpha > mg\mu_\mathrm{H}\cos\alpha \Rightarrow \sin\alpha > \mu_\mathrm{H}\cos\alpha \tag{16}$$
$$\Rightarrow \tan\alpha > \mu_\mathrm{H} = \tan\alpha_0. \tag{17}$$

Der Grenzwinkel ist somit: $\alpha_0 = \arctan 0,9 = 42°$

(c) Die gesamte Zugkraft ist

$$Ma = F_\mathrm{H} - \mu_\mathrm{G} F_\mathrm{N} = Mg(\sin\alpha_0 - \mu_\mathrm{G}\cos\alpha_0) \tag{18}$$

$$\Rightarrow a = g\cos\alpha_0(\tan\alpha_0 - \mu_\mathrm{G}) = g\cos\alpha_0(\mu_\mathrm{H} - \mu_\mathrm{G}) \Rightarrow a = 1,46\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{19}$$

(d) Die gesamte Rutschstrecke ist $L = \Delta H/\sin\alpha_0$.

Die benötigte Zeit fürs Herabrutschen bezeichnen wir mit Δt. Die Geschwindigkeit am Ende der Strecke sei v. Die Strecke L ist:

$$L = \frac{1}{2}a\Delta t^2 \tag{20}$$

$$\Rightarrow \Delta t^2 = \frac{2L}{a} \tag{21}$$

Für die kinetische Energie gilt:

$$E_\mathrm{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(a\cdot\Delta t)^2 = \frac{1}{2}m\cdot 2La = \frac{ma\Delta H}{\sin\alpha} \tag{22}$$

Mit $E_\mathrm{pot} = Mg\Delta H$ und a aus Teil (c) wird

$$\frac{E_\mathrm{kin}}{E_\mathrm{pot}} = \frac{Ma\Delta H}{Mg\Delta H\sin\alpha_0} = \frac{\cos\alpha_0(\mu_\mathrm{H} - \mu_\mathrm{G})}{\sin\alpha_0} = \frac{\mu_\mathrm{H} - \mu_\mathrm{G}}{\mu_\mathrm{H}} \tag{23}$$

Aufgabe 4: Auftriebskraft

Beim Wägen wird die Masse der Kugel durch Vergleich mit den Massen der Messingwägestücke bestimmt. Kugel und Messingwägestücke haben unterschiedliche Dichten und damit verschiedenen Volumina. Sie erfahren daher in Luft einen ungleichen Auftrieb. Will man eine große Genauigkeit erreichen, dann muss man den Einfluss des Auftriebs berücksichtigen (Korrektur des Auftriebfehlers). Bei gleich langen Hebelarmen ist die Balkenwaage im Gleichgewicht, wenn gilt:

$$m_K g - \rho_L V_K g = m_M g - \rho_L V_M g. \tag{24}$$

Die Differenz der beiden Auftriebskräfte ist der Fehler beim Wägen der Luft:

$$m_K = m_M + \rho_L(V_K - V_M). \tag{25}$$

Mit $V_K = \frac{\pi}{6}d_K^3$ und $V_M = \frac{m_M}{\rho_M}$ folgt weiter

$$m_K = m_M + \rho_L\left(\frac{\pi}{6}d_K^3 - \frac{m_M}{\rho_M}\right) = 805\,\mathrm{g} \tag{26}$$

Aufgabe 5: Belastung einer Staumauer

Die Kraft des Wassers in horizontaler Richtung gegen die Staumauer ist von der Höhe z abhängig:

$$\mathrm{d}F_W = p(z)\mathrm{d}A \tag{27}$$

Dabei ist

$$p(z) = \rho_W g(h - z) \tag{28}$$

der Schweredruck in der Tiefe $(h-z)$ unter dem Wasserspiegel. Mit $\mathrm{d}A = l\mathrm{d}z$ folgt weiter

$$\mathrm{d}F_W = \rho_W g(h-z)l\mathrm{d}z \tag{29}$$

Die auf die gesamte Mauer wirkende Kraft des Wassers in horizontaler Richtung erhält man durch Integration:

$$F_W = \int_0^h \rho_W gl(h-z)\mathrm{d}z = \rho_W gl\left[hz - \frac{z^2}{2}\right]_0^h \tag{30}$$

$$F_W = \frac{\rho_W}{2}glh^2 = 5{,}3\,\mathrm{MN} \tag{31}$$

Aufgabe 6: Kontinuitätsgleichung

(a) Der Wasserstrom ist

$$I = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t} = 30\,\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{min}} = \frac{3\cdot 10^4\,\mathrm{cm}^3}{60\,\mathrm{s}} = 500\,\mathrm{cm}^3/\mathrm{s}. \tag{32}$$

Der Zusammenhang zwischen der Ausströmgeschwindigkeit v und dem Düsenquerschnitt A ist: $I = Av$. Aus der Fontänenhöhe H ergibts sich v (Energieerhaltung für ein Massenelement Δm des Wassers):

$$\frac{1}{2}\Delta m v^2 = \Delta m g H \Rightarrow v = \sqrt{2gH} = 7{,}67\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \tag{33}$$

Damit wird

$$A = \frac{I}{v} = \frac{I}{\sqrt{2gH}} = \frac{500\,\mathrm{cm}^3/\mathrm{s}}{767\,\frac{\mathrm{cm}}{\mathrm{s}}} = 0{,}65\,\mathrm{cm}^2. \tag{34}$$

(b) Die Fontäne soll nun die doppelte Höhe erreichen: $H \to H' = 2H$

$$\Rightarrow v \to v' = \sqrt{2}v \Rightarrow A \to A' = \frac{A}{\sqrt{2}} = 0{,}46\,\mathrm{cm}^2. \tag{35}$$

Aufgabe 7: Venturi-Düse 1

Wenn die Luft inkompressibel ist, gilt die Kontinuitätsgleichung in der einfachen Form:

$$A_1 v = A_2 v_2 = \frac{A_1}{3}v_2 \Rightarrow v_2 = 3v. \tag{36}$$

Die Druckdifferenz an den beiden Enden des U-Rohrs, $\Delta p = \rho_{\mathrm{Hg}} gh$, ist durch die Bernoulli-Gleichung gegeben:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{Luft}}v^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{Luft}}v_2^2 \tag{37}$$

$$\Rightarrow \Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{Luft}}(v_2^2 - v^2) = \frac{1}{2}\rho_{\mathrm{Luft}}v^2(9-1) \tag{38}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{\Delta p}{4\rho_{\mathrm{Luft}}}} = \sqrt{\frac{\rho_{\mathrm{Hg}} gh}{4\rho_{\mathrm{Luft}}}} = 21{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{39}$$

Aufgabe 8: Venturi-Düse 2

(a) Die Geschwindigkeit v_1 ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung:

$$v_1 = \frac{I}{A_1} = 3{,}3\,\tfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}. \tag{40}$$

(b) Einen Ansatz für die Höhendifferenz Δh erhält man aus der Gleichung

$$\Delta p = \rho_W g \Delta h : \quad \Delta h = \frac{\Delta p}{\rho_\mathrm{W} g}. \tag{41}$$

Die Bernoulli'sche Gleichung liefert eine Formel für die Druckdifferenz Δp:

$$p_1 + \frac{\rho_\mathrm{L}}{2} v_1^2 = p_2 + \frac{\rho_\mathrm{L}}{2} v_2^2 \tag{42}$$

oder

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho_L}{2}(v_2^2 - v_1^2). \tag{43}$$

Die beiden Geschwindigkeiten v_1 und v_2 werden mithilfe der Kontinuitätsgleichung bestimmt:

$$v_1 = \frac{I}{A_1} \quad v_2 = \frac{I}{A_2}. \tag{44}$$

Setzt man diese beiden Gleichungen in (43) ein, so erhält man

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{\rho_\mathrm{L} I^2}{2}\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right) \tag{45}$$

oder

$$\Delta p = \frac{\rho_\mathrm{L} I^2}{2 A_1^2 A_2^2}(A_1^2 - A_2^2) \tag{46}$$

(46) in (41) ergibt die gesuchte Höhendifferenz Δh:

$$\Delta h = \frac{\rho_\mathrm{L} I^2 (A_1^2 - A_2^2)}{2 \rho_\mathrm{W} g A_1^2 A_2^2}. \tag{47}$$

Mit $\rho_\mathrm{W} = 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ und den gegebenen Größen findet man

$$\Delta h = 1{,}8\,\mathrm{cm}. \tag{48}$$

Aufgabe 9: Strömung mit Höhenunterschied

Bezeichnet man die Stelle am Wasserspiegel mit (1), die Anschlussstelle des Rohres an die Pumpe mit (2), so ergibt sich die Bernoulli'sche Gleichung in der Form

$$p_\mathrm{L} + \frac{\rho}{2} v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 \tag{49}$$

oder

$$p_2 = p_\mathrm{L} - \rho g h_2 - \frac{\rho}{2}(v_2^2 - v_1^2). \tag{50}$$

Die Geschwindigkeit v_1 folgt aus der Kontinuitätsgleichung:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad \text{liefert mit} \quad A = \frac{\pi}{4} d^2 : \quad v_1 = v_2 \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2. \tag{51}$$

Man erhält somit den gesuchten Druck

$$p_2 = p_\mathrm{L} - \rho g h_2 - \frac{\rho}{2} v_2^2 \left[1 - \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4\right] = 64{,}1\,\mathrm{kPa} \tag{52}$$