Ferienkurs

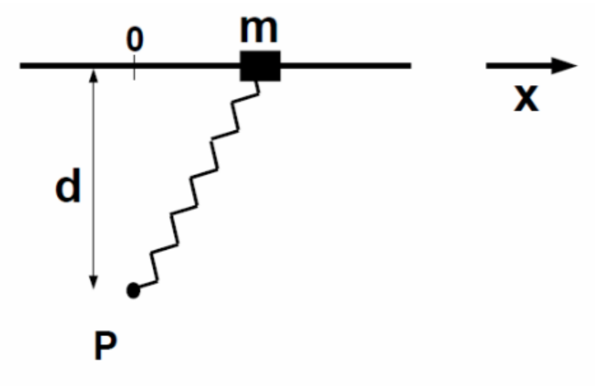
Theoretische Physik: Mechanik

Probeklausur - Angabe

PHYSIK
DEPARTMENT

1 Schwingende Masse

Eine Masse m (siehe Skizze) kann sich entlang einer horizontal aufgehängten, geraden Stange in x - Richtung reibungsfrei bewegen. Diese Masse sei druch eine harmonische Feder mit dem festen Punkt P verbunden. Die Federkonstante der Feder sei k, d. h. das Potential beträgt $\frac{k}{2} \cdot$ (Dehnung der Feder)^2. Die Entfernung des Punktes P von der Stange sei d. Die Länge der Feder in entspanntem Zustand sei l_0.

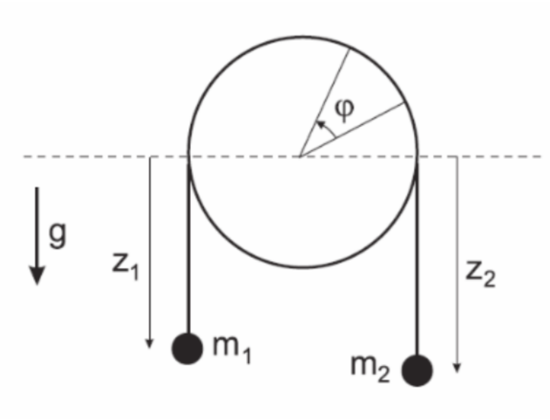


1. Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion $L(\dot{x}, x)$ für die Masse m.
2. Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Masse m auf.

Hinweis: Ausder Lösung sieht man, dass es für bestimmte Werte von x Gleichgewichtspositionen gibt, in denen keine Beschleunigung vorliegt. Diese ergeben sich allgemein aus der Bedingung $\frac{dV}{dx} = 0$, wobei es im Allgemeinen stabile $\frac{d^2V}{dx^2} > 0$ und instabile $\frac{d^2V}{dx^2} < 0$ Gleichgewichtslagen gibt. Im konkreten Fall gibt es für $d < l_0$ zwei stabile und eine stabile Lösung, während es für $d \leq l_0$ nur eine stabile gibt, wie anschaulich klar ist.

2 Drehende Scheibe

Eine kreisförmige Scheibe mit Radius R, Gesamtmasse M und Trägheitsmoment $\Theta = \frac{1}{2}MR^2$ dreht sich um seine feste horizontale Symmetrieachse. Über die Scheibe läuft ohne Schlupf ein masseloses Seil der Länge l. An den Seilenden sind die Massen m_1 und m_2 befestigt (siehe Skizze). Das System steht unter dem Einfluss der Schwerkraft.



1. Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion L und wählen Sie dabei zunächst z_1, z_2 und φ als generalisierte Koordinaten.
2. Eliminieren Sie aufgrund der Zwangsbedingungen die Variablen z_2 und φ. Achten Sie dabei auf die Vorzeichen.
3. Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion $L(z_1, \dot{z}_1)$ und daraus die Bewegunsgleichung und geben Sie ihre allgemeine Lösung an.

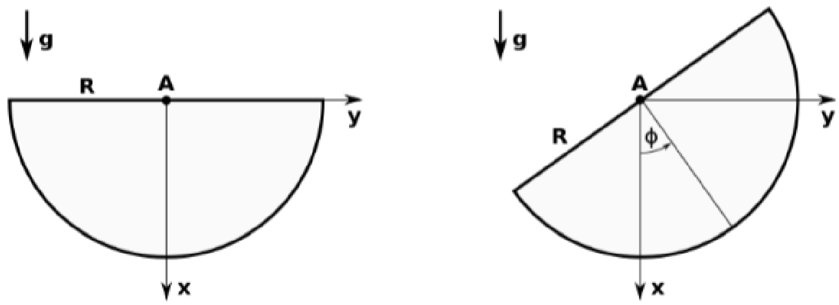
3 Streuung

Betrachten Sie die Streuung eines Teilchens der Masse m an einer harten, undurchdringbaren (dreidimensionalen) Kugel mit Radius R, die sich im Ursprung des Koordiantensystems befindet. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass das Teilchen aus dem Unendlichen mit Energie E und Stoßparameter b (bezogen auf den Mittelpunkt der Kugel) einläuft:

1. Geben Sie dsa Potential $U = U(r)$ sowie das effektive Potential $V = V(r)$ für das Problem an und skizzieren Sie beide.
2. Welche physikalischen Situationen entsprechen den Fällen $E > \frac{l^2}{2mR^2}$ und $0 < E < \frac{2}{2mR^2}$, wobei l der Betrag des Drehimpulses des Systems ist? Geben Sie für beide Fälle den Umkehrpunkt r_0 als Funktion der Energie E und des Stoßparameters b an.
3. Berechnen Sie für beide Fälle den Streuwinkel ϑ des Teilchens und erläutern Sie Ihr Ergebnis geometrisch.
4. Bestimmen Sie für den Fall, dass das Teilchen auf die Kugel stößt, sowohl differntiellen als auch totalen Wirkungsquerschnitt. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse!

4 Hängender Halbzylinder

Ein homogene Halbzylinder (Höhe H, Radius R, Gesamtmasse M) dreht sich im homogenen Schwerefeld um eine feste Achse A, die mit der Symmetrieachse des Zylinders zusammenfällt.



(a) Halbzylinder im Gleichgewicht (b) Halbzylinder um die Achse A gedreht

Wir wählen den Punkt A als Ursprung des Koordinatensystems. Der Halbzylinder erstreckt sich jeweils um $\frac{H}{2}$ in die Papierbene hinein bzw. aus der Papierebene heraus.

1. Berechnen Sie den (körperfesten!) Schwerpunkt des Halbzylinders. Betrachten Sie dazu den Zylinder in der Gleichgewichtslage (Abb. a). Der Schwerpunkt ist allgemein definiert als:

$$\vec{S} = \frac{1}{M} \int \vec{x} \rho(\vec{x}) d^3x \tag{1}$$

   Warum ist nur seine x - Komponente ungleich Null? Was ist ρ in dem Fall?

2. Bestimmen Sie das Trägheitsmoment $\Theta_{zz} = \Theta_A$ für Drehungen um die Achse A.

3. Betrachten Sie die Drehung des Zylinders um die A Achse (Abb. b). Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion un die Bewegungslgeichungen. Mit welcher Frequenz pendelt der Halbzylinder,wenn der Winkel $\phi \ll 1$ (d. h. $sin\phi \approx \phi$) ist?