Ferienkurs Experimentalphysik 2

Übungsblatt 4:

Elektromagnetische Wellen und spezielle Relativitätstheorie

Tutoren: Katharina Hirschmann und Gabriele Semino

6 Elektromagnetische Wellen

6.1 Eigenschaften elektromagnetischer Welle

Eine sich in x-Richtung ausbreitende elektromagnetische Welle kann man durch ein elektrisches und ein magnetisches Feld der Form

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \tag{1}$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \tag{2}$$

darstellen. λ ist dabei die Wellenlänge, die mit der Frequenz über $\lambda = c/f$ zusammenhängt. $\vec{E}$ besitze ohne Beschränkung der Allgemeinheit nur eine Komponente in z-Richtung. Verwenden Sie im Weiteren die differentielle Darstellung des Faraday'schen Induktionsgesetzes.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} \tag{3}$$

1. Zeigen Sie, dass $\vec{B}$ senkrecht auf $\vec{E}$ und ebenso senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung steht.

2. Zeigen Sie, dass $|\vec{E}| = c\vec{B}$ gilt.

3. Zeigen Sie, dass die elektrische gleich der magnetischen Energiedichte ist. Verwenden Sie hierzu $\epsilon_0\mu_0 = 1/c^2$.

6.2 Polarisation elektromagnetischer Wellen

Beschreiben Sie die Art der Polarisation für die ebenen elektromagnetischen Wellen, die durch die folgenden Gleichungen für das E-Feld beschrieben werden:

1. $E_y = E_0 \sin(kx - \omega t)\,, \quad E_z = 4E_0 \sin(kx - \omega t)$

2. $E_y = -E_0 \cos(kx + \omega t)\,, \quad E_z = E_0 \sin(kx + \omega t)$

3. $E_y = 2E_0 \cos(kx - \omega t + \pi/2)\,, \quad E_z = -2E_0 \sin(kx - \omega t)$

6.3 Strahlungsdruck Raumschiff

Sie haben soeben ein Raumschiff mit Masse m entworfen, das durch die Kraft der Strahlungsintensität der Sonne beschleunigt wird, und zwar durch den Einfall von Sonnenlicht auf ein perfekt reflektierendes kreisrundes Segel, das der Sonne zugewandt ist. Die durchschnittliche Strahlungsintensität der Sonne beträgt P. Stellen Sie das Sonnenlicht als eine ebene elektromagnetische Welle dar, die in sich in $z-$Richtung fortbewegt:

$$\mathbf{E}(z,t) = E_{x,0}\cos(kz - \omega t)\mathbf{e}_x \tag{4}$$

Die Gravitationskonstante ist G, die Sonnenmasse m_S und die Lichtgeschwindigkeit c. Ihre Antwort können Sie als abhängig von m, $\langle P \rangle$, c, m_S, G, k und ω ausdrücken.

1. Berechnen Sie das zugehörige Magnetfeld $\mathbf{B}$ dieses Feldes.

2. Berechnen Sie den Poynting-Vektor $\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ dieser Welle. Berechnen Sie den zeitlich gemittelten Poynting-Vektor $\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{S}dt$, wobei T die Schwingungsdauer ist. Bestimmen Sie die Amplitude des elektrischen Feldes zum Zeitpunkt $t = 0$.

3. Wie groß muss das Sonnensegel mindestens sein, um die Anziehungskraft der Sonne auszugleichen?

7 Spezielle Relativitätstheorie

7.1 Nachricht an bewegtes Raumschiff

Zum Zeitpunkt $t = 0$ startet von der Erde (Ursprung des Bezugssystems S) ein Raumschiff mit der Geschwindigkeit $v = \frac{3}{5}c$. Die Erde funkt zum Zeitpunkt $\tau = 1\text{d}$ eine Nachricht an das Schiff.

1. Zeigen Sie: Wenn der Funkspruch empfangen wird, hat das Raumschiff im System S den Ort

$$x = \frac{v\tau}{1 - \frac{v}{c}} \tag{5}$$

   erreicht und es ist die Zeit

$$t = \frac{\tau}{1 - \frac{v}{c}} \tag{6}$$

   auf der Erde vergangen.

2. Bestimmen sie die Ankunftszeit des Funkspruchs, die von einer Uhr an Board des Schiffs gemessen wird.

7.2 Erde, Rakete, Meteor

Die Erde, eine bemannte Rakete und ein Meteor bewegen sich zufallig in die gleiche Richtung. An der Erde fliegt die Rakete mit einer von der Erde beobachteten Geschwindigkeit von $v_{E,R} = \frac{3}{4}c$ vorbei. An der Rakete fliegt der Meteor mit einer von der Raketenmannschaft beobachteten Geschwindigkeit von $v_{R,M} = \frac{1}{2}c$ vorbei.

1. Welche Geschwindigkeit hat der Meteor von der Erde aus beobachtet?

2. Zeichnen Sie ein Minkowski-Diagramm für diese Situation aus der Sicht der Raketenbesatzung.

7.3 Lichtsignal Zeitdifferenz

Wir betrachten ein Raumschiff, dass sich mit hoher Geschwindigkeit von der Erde entfernt. Es sendet zwei Lichtsignale aus, zwischen denen die Zeit $\Delta t'$ (im Raumschiff gemessen) liegt. Zeigen Sie, dass die Zeit (auf der Erde gemessen) zwischen der Ankunft der beiden Signale auf der Erde gleich $\Delta T = \sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}}\Delta t'$ ist.