Ferienkurs zur Theoretischen Physik II

21. März - 24. März 2016

Philipp Landgraf, Franz Zimma

Übungsblatt 2

Magnetostatik im Vakuum, Felder in polarisierbarer Materie

Aufgabe 2.1: Gemischte Magnetostatik . . . .

Wir betrachten im Folgenden stromerzeugende (bzw. stromdurchflossene) Objekte mit Zentrum (bzw. Schwerpunkt) bei $\vec{0}$. Wir interessieren uns für verschiedene physikalische Größen im gesamten Raum. Wählen Sie für jedes Problem ein geeignetes Koordinatensystem. Alle angegebenen Größen sind zeitlich konstant.

(a) Eine homogen mit Q geladene (unendlich dünne) Kreisscheibe mit Radius R rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega\hat{e}_z$.

i. Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ an

ii. Berechnen Sie das zugehörige magnetische Dipolmoment $\vec{m}$.

Hinweis: Für die Geschwindigkeit bei starrer Rotation gilt $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$.

(b) Ein unendlich langer Vollzylinder mit Radius R_i ist in z-Richtung orientiert. Konzentrisch dazu liegt ein (unendlich dünner) Zylindermantel mit Radius $R_a > R_i$. Ein konstanter Strom I fließt über den Vollzylinder (in z-Richtung) und über den Zylindermantel wieder zurück.

i. Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ an

ii. Berechnen Sie das $\vec{B}$-Feld dieser Anordnung im gesamten Raum.

(c) Eine gerade (sehr dicht gewickelte) Spule kreisförmigen Querschnitts (Radius R) der Länge L mit N Windungen ist in z-Richtung entlang ihrer Symmetrieachse orientiert und wird von einem Strom I durchflossen. Die Drahtdicke ist vernachlässigbar.

i. Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ an

ii. Nun geht $L \to \infty$, während wir das Verhältnis $\frac{N}{L}$ konstant halten.
Welchen Wert erwarten Sie für das Wegintegral $\int_{-L/2}^{L/2} \mathrm{d}z\, B_z(z)$? Geben Sie einen Rechenweg und eine Erklärung.

Hinweis: Gehen Sie davon aus, dass das Magnetfeld (mit zunehmendem L) im Außenraum der Spule verschwindet und ansonsten konstant ist.

(d) Ein stromdurchflossener, zylindrischer Draht mit Radius R und unendlicher Länge ist entlang seiner Symmetrieachse (in z-Richtung) orientiert.

i. Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ an

ii. Berechnen Sie anschließend das (stetige) Vektorpotential $\vec{A}$ und das $\vec{B}$-Feld dieser Anordnung im gesamten Raum.

Hinweis: Da die Funktion $A(\rho)$ nur vom Radius ρ abhängt, gilt für den Laplaceoperator in Zylinderkoordinaten:

$$\triangle A(\rho) = A''(\rho) + \frac{1}{\rho}A'(\rho) = \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}\left[\rho A'(\rho)\right]$$

Aufgabe 2.2: Plattenkondensator mit eingeschobenem Dielektrikum ....

In einem rechteckigen Plattenkondensator (Plattenabstand a und Fläche $b \cdot c$) ist um eine Strecke x (mit $0 < x < b$) ein Dielektrikum der relativen Dielektrizitätskonstante $\epsilon > 1$ eingeschoben. Der restliche Raum zwischen den Platten ist leer. Die Ladungen auf der unteren und oberen Platte sind Q und $-Q$. Alle Felder zwischen den Platten können als (stückweise) homogen angenommen werden.

(a) Welche Beziehung gilt zwischen den elektrischen Feldern E_1 und E_2? Welche Beziehung gilt zwischen den dielektrischen Verschiebungen D_1 und D_2. Begründen Sie ihre Aussagen.

(b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen D_1, D_2 und den Flächenladungsdichten σ_1, σ_2? Begründen Sie ihre Aussagen.

(c) Berechnen Sie in Abhängigkeit von Q und x das elektrische Feld $\vec{E}$ und die dielektrische Verschiebung $\vec{D}$ im gesamten Raum zwischen den Platten.

(d) Berechnen Sie in Abhängigkeit von Q und x die elektrostatische Feldenergie

$$W(x) = \frac{1}{2} \int \mathrm{d}V \, \vec{E} \cdot \vec{D}.$$

(e) Mit welcher Kraft $\vec{F} \sim \hat{e}_x$ wird das Dielektrikum in den Kondensator hineingezogen?

Aufgabe 2.3: Punktladung vor Dielektrikum ....

Sei der Rechte Halbraum ($x > 0$) von einem Dielektrikum mit einem dielektrischen Medium mit $\varepsilon_r > 1$ gefüllt. Im Linken Halbraum ($x < 0$) befinde sich eine Punktladung der Ladung q an der Stelle $-a\hat{e}_x$.

(a) Berechnen sie das Elektrische Feld im ganzen Raum.

(b) Berechnen Sie die auf der Grenzfläche influenzierte Polarisationsflächenladungsdichte.