FK Experimentalphysik 3, Lösung 3

1 Transmissionsgitter

Ein Spalt, der von einer Lichtquelle beleuchtet wird, befindet sich im Abstand von 10 cm vor einem Beugungsgitter (Strichzahl $N = 1000$, Strichabstand $d = 0,01$ mm). Hinter dem Gitter befindet sich in 1 m Entfernung ein unendlich großer Schirm.

a) Bestimmen Sie die Breite x, die der Spalt höchstens haben darf, damit das Interferenzmuster des Gitters für Wellenlängen im Bereich von $\lambda = 500$ nm nicht beeinträchtigt wird.

Lösung Damit das Interferenzmuster durch die Beugung am Spalt nicht beeinträchtigt wird, muss das Gitter vollständig im Hauptmaximum des Beugungsmusters liegen. Die Breite des Maximums lässt sich durch den Abstand der Minima 1. Ordnung berechnen (Kleinwinkelnäherung)

$$\begin{aligned} \lambda = x \sin\theta \quad \tan\theta = \frac{Nd}{2l} \\ \Rightarrow x = \frac{2\lambda l}{Nd} = 10 \cdot 10^{-6} \text{ m} \end{aligned} \tag{1}$$

b) Wie viele Interferenzmaxima sind auf dem Schirm zu sehen.

Lösung Es sind alle Maxima auf dem Schirm zu sehen, deren Ablenkung unter $\alpha < 90°$ liegt. Das ergibt für die Anzahl der Maxima:

$$m\lambda < d\sin(90°) = d \quad \Rightarrow \quad m < \frac{d}{\lambda} = 20 \tag{2}$$

Daher sind 19 Maxima auf beiden Seiten plus das nullte gibt 29 Maxima auf dem Schirm.

c) Wie weit liegen die Maxima 2. Ordnung für die Wellenlängen $\lambda_1 = 400$ nm und $\lambda_2 = 410$ nm auseinander?

Lösung Für die Maxima 2. Ordnung gilt $m = 2$ für den Abstand g vom Maximum 0. Ordnung gilt

$$g = a\sin(\alpha) \tag{3}$$

Setzt man für die Bedingung für Maximum 2. Ordnung ein erhält man für den Abstand:

$$\Delta g = \frac{2a}{d}(\lambda_2 - \lambda_1) = 2\text{mm} \tag{4}$$

2 Dreifachspalt

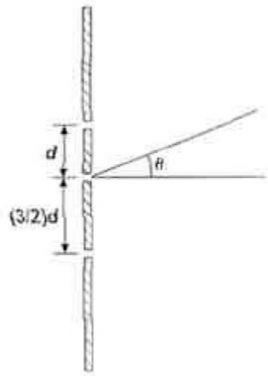

Abbildung 1: Dreifachspalt

Gegeben ist ein Dreifachspalt 1. Alle Spaltbreiten seien gleich. Die Spaltabstände seien d bzw. 3=2d.

a) Bei welchem Winkel θ tritt das erste Hauptmaximum auf?

Lösung Die elektrische Feldstärke am Schirm ist die Summe der Feldstärken der einzelnen Spalten:

$$E()\theta) = E_1 + E_2 + E_3 = A + Ae^{i\delta} + Ae^{i\frac{5}{2}\delta} \tag{5}$$

mit dem Phasenunterschied $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta$. Die Intensität ist proportional zum Betragsquadrat der Feldstärke.

$$I(\theta) \propto A^2 \left[3 + 2\left(\cos\theta + \cos\left(\frac{3\delta}{2}\right) + \cos\left(\frac{5\delta}{2}\right)\right)\right] \tag{6}$$

Für $\theta = 0$ erhalten wir

$$I(0) \propto 9A^2 \tag{7}$$

Das erste Hauptmaximum tritt bei $\delta = 4\pi$ auf. Der Zugehörige Winkel ist:

$$\sin\theta = \frac{2\lambda}{d} \tag{8}$$

b) Das Ergebnis aus a) sei θ_1. Die Intensität in Richtung des Maximums nullter Ordnung sei I_0. Wie groß ist die Intensität in Richtung $\frac{\theta_1}{2}$?

Lösung

$$I(\frac{\theta_1}{2}) \propto A^2[3 + 2(\cos 2\pi + \cos 3\pi + \cos 5\pi)] = A^2 \propto \frac{I_0}{9} \tag{9}$$

3 Ölschicht auf Wasser

Das an einer auf Wasser ($n = 1,3$) schwimmenden dünnen Ölschicht ($n = 1,6$) reflektierte Sonnenlicht erscheint bei schräger Beleuchtung unter dem Winkel $\alpha = 45°$ grün ($\lambda = 500$ nm).

a) Wie dick ist die Schicht

Lösung Die Phasendifferenz zwischen an den beiden Grenzschichten Luft-Öl und Öl-Wasser reflektierten Teilwellen wegen des Phasensprunges

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta s - \pi \tag{10}$$

Für konstruktive Interferenz muss $\Delta\phi = 2\pi m$ sein

$$\Rightarrow \Delta s = \frac{2m+1}{2}\lambda_0 \tag{11}$$

Mit $\Delta s = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$, folgt mit $\lambda_0 = 500$ nm (grün)

$$d = \frac{3\lambda}{4\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}} = 261 \text{ nm} \tag{12}$$

b) Welche Wellenlänge würde bei senkrechter ($\alpha = 0$) Beobachtung bevorzugt reflektiert?

Lösung Für senkrechten Einfall ($\alpha = 0$) ergibt sich folgender Zusammenhang für die bevorzugte Wellenlänge

$$\lambda_0 = \frac{4}{3} dn = 557 \text{ nm} \tag{13}$$

4 Bragg-Reflexion an kubischem Kristall

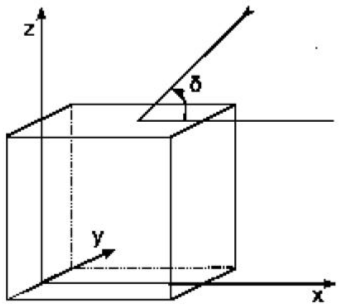

Abbildung 2: Schematische Darstellung

An einem kubischen Kristall (Dichte $\rho = 8,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, Atomgewicht $A = 63,5u)(1u = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg) soll mit Hilfe der Bragg-Reflexion die Wellenlänge von Röntgenlicht gemessen werden. Die Reflexion soll in der x-z-Ebene erfolgen. Der Röntgenstrahl fällt mit einem Einfallswinkel von $\delta = 45°$ zur x-y-Ebene auf den Kristall.

a) Berechnen Sie die Gitterkonstante a.

Lösung Die Gitterkonstante ist der Abstand zwischen 2 Atomen des Gitters. Im kubischen Kristall nimmt jedes Atom das gleiche kubische Volumen ein. Daher gilt:

$$a = \sqrt[3]{\frac{A}{\rho}} = 2,31 \cdot 10^{-10} \text{ m} \tag{14}$$

b) Welche Wellenlänge haben Röntgenstrahlen, die um 90° abgelenkt wurden?

Lösung Eine Ablenkung von 90° entspricht dem Bragg-Winkel von 45°. Es gilt die Bragg-Bedingung für $m = 1$

$$\lambda = 2a \sin(\delta) = 3,27 \cdot 10^{-10} \text{ m} \tag{15}$$

5 Michelson-Interferometer

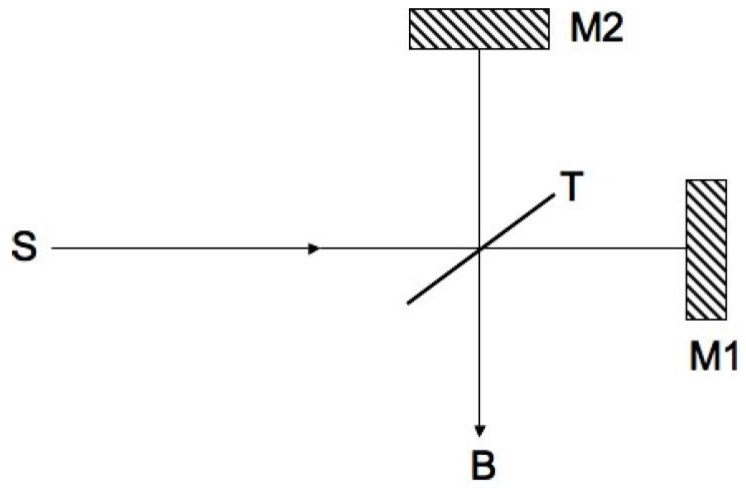

Abbildung 3: Schematische Darstellung

a) Die Quelle S emittiere zunächst monochromatische Strahlung der Wellenlänge λ. Im Punkt B beobachtet man das Auftreten von 10 Interferenzmaxima, wenn der Spiegel M1 um die Strecke $d = 2,25\mu m$ in Strahlrichtung verschoben wird. Bestimmen sie die Wellenlänge λ.

   Lösung Die zusätzliche Weglänge, die der Strahl nach der Verschiebung durchlaufen hat, ist:

   $$\Delta s = 2d = 10\lambda \tag{16}$$

   Damit ergibt sich eine Wellenlänge von 450 nm.

b) Zwischen Strahlteiler T und Spiegel M1 wird nun eine evakuierte Zelle der länge $L = 10$ cm gestellt. Während des Auffüllens der Zelle mit CO2- Gas bis zum Atmosphärendruck wird das Auftreten von 200 Interferenzmaxima beobachtet. Bestimmen Sie den Brechungsindex n von CO_2 bei Atmosphärendruck. Wie lang muss dazu die Köheränzzeit des Lasers sein?

   Lösung Nun wird der Spiegel nicht mehr verschoben. Anfangs ist eine evakuierte Zelle im Strahlweg, die einen optischen Weg von $2Ln_{vac} = 2L$ darstellt. Füllt man die Zelle mit CO_2, so ändert sich der Brechungsindex in der Zelle und somit der optische Weg. Nach Aufgabenstellung werden 200 Maxima durchlaufen, weswegen der zusätzliche Wegunterschied wie folgt ist:

$$\Delta s = 2L(nCO_2 - 1) = 200\lambda \tag{17}$$

Daraus folgt $n_{CO_2} = 1,00045$
Die Kohärenzzeit lässt sich aus der Kohärenzlänge berechnen, diese muss mindestens dem Gangunterschied entsprechen.

$$t_c = \frac{L_c}{c} = \frac{\Delta s_{ges}}{c} = \frac{10\lambda + 200\lambda}{c} = 3,15 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{s} \tag{18}$$

c) Mit dem Michelson-Interferometer können zwei eng benachbarte Wellenlängen aufgelöst werden. In Abhängigkeit von der Verschiebung d des Spiegels M1 beobachtet man maximale Intensität, wenn die einzelnen Interferenzbilder für die Strahlung der beiden Wellenlängen zusammenfallen. Die Quelle S emittiere nun zwei Strahlungen der Wellenlangen λ und λ' mit $\lambda \approx \lambda' = 450$ nm. Die Strecke, die der Spiegel M1 zwischen zwei benachbarten maximaler Intensität verschoben werden muss, ist $d = 90\mu m$. Bestimmen Sie $\Delta\lambda = |\lambda - \lambda'$.

Lösung Verschieben wir nun wieder den Spiegel. Anfangs schieben wir den Spiegel so in Position, dass wir eine konstruktive Interferenz erreichen (sowohl λ als auch λ' interferieren konstruktiv). Nun verschieben wir den Spiegel um d und erhalten erst wieder ein Maximum, wenn sowohl die Wellenlänge λ, als auch λ' wieder ein Maximum am Schirm haben. Mit $\lambda > \lambda'$ gilt:

$$\begin{aligned} \Delta s = 2d = N\lambda = (N+1)\lambda' \\ \rightarrow N = \frac{2d}{\lambda} = 400 \quad \rightarrow \quad \Delta\lambda = \lambda - \lambda' = \frac{2d}{N} - \frac{2d}{N+1} = 1,122\mathrm{nm} \end{aligned} \tag{19}$$

d) Wieviele Spalte muss ein Gitterspektrograph mindestens besitzen, wenn dieselben Wellenlängen λ und λ' in erster Ordnung aufgelöst werden sollen.

Lösung Die Auflösung eines Gitters mit M Strichen ist gegeben durch:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kM \tag{20}$$

Für die 1. Ordnung folgt $M = 401$.

6 Photoeffekt

Blaues Licht der Wellenlänge $\lambda = 430$ nm falle auf eine Photozelle, deren lichtelektrische Schicht eine Quantenausbeute von $\eta = \frac{N_e}{N_{ph}} = 0,14$ vorweist.

a) Wie groß ist die Strahlungsleistung des auf die Photozelle fallenden blauen Lichts, wenn ein maximaler Photoelektronenstrom von 0.5 mA fließt?

Lösung Maximaler Photostrom bedeutet, dass alle freigeschlagenen Elektronen die Kathode erreichen. Wir benutzen:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad E = h\nu \quad N_e = \eta N_{ph} \quad N_e = \frac{\Delta Q}{e}$$

Es gilt:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{N_{ph} \cdot E_{ph}}{\Delta t} = \frac{N_e E}{\eta \Delta t} = \frac{h\nu I}{\eta e} = \frac{hcI}{\eta e \lambda} \approx 1 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{W} \tag{21}$$

b) Welche Austrittsarbeit W_A hat das Material der lichtelektrischen Schicht, wenn durch ein Gegenfeld der Spannung $U = 0.94$ V der Strom vollständig unterdrückt werden kann ?

Lösung Hier können selbst die energiereichen Elektronen die Kathode nicht erreichen

$$E = eU = h\nu - W_A \tag{22}$$

Umstellen ergibt

$$W_A = \frac{hc}{\lambda} - Ue \approx 1,94\ \mathrm{eV} \tag{23}$$

c) Berechnen sie die Geschwindigkeit der Photoelektronen wenn keine Gegenspannung angelegt ist.

Lösung Da die Ruheenergie deutlich höher ist las die Ruheenergie von Elektronen können wir klassisch rechnen.

$$E = \frac{hc}{\lambda} - w_A = \frac{1}{2} m v^2 \tag{24}$$

auflösen nach der Geschwindigkeit liefert

$$v = \sqrt{\frac{2(\frac{hc}{\lambda}) - W_A}{m}} \approx 5,8 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{25}$$

d) Ab welcher Wellenlänge tritt kein Strom auf, wenn sie annehmen, dass die lichtelektrische Schicht aus Cäsium besteht, dessen Austrittsarbeit $W_A = 2,14$ eV beträgt?

Lösung Hier muss die Photonenenergie kleiner als die Austrittsarbeit sein

$$E_{ph} = \frac{hc}{\lambda} < W_A \tag{26}$$

daraus folgt

$$\lambda > \frac{hc}{W_A} \approx 579 \text{ nm} \tag{27}$$