

FK Ex 4 - Aufgaben Montag

1 Wellengleichung

Leiten Sie die Wellengleichungen für \mathbf{E} und \mathbf{B} aus den Maxwellgleichungen her. Berücksichtigen Sie dabei die beiden Annahmen, die in der Vorlesung für den Fall der Optik angesprochen wurden.

2 Fouriertrafo

Berechnen Sie die Fouriertransformierte $E(\omega)$ einer Gaußschen Funktion $E(t) = \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right]$. **Hinweis:** $\int_0^\infty \exp[-at^2]dt = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left[-\frac{x^2}{4a}\right]$.

3 Elektromagnetische Welle im Vakuum

Eine harmonische elektromagnetische Welle im Vakuum hat die Form:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cdot \cos(kx - \omega t) \quad (1)$$

Zeigen Sie, dass die Intensität

$$I = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2 \quad (2)$$

ist.

4 Sonnensegel

Die Sonne erzeugt auf Höhe der Erdumlaufbahn eine Intensität von 1300 W/m^2 .

- Berechnen Sie die Stärke des elektrischen und magnetischen Feldes der Sonnenstrahlung.
- Berechnen Sie den Strahlungsdruck der Sonnenstrahlung.
- Wie groß müsste das Sonnensegel sein, das eine Raumsonde mit Masse 1000 kg aus einer niedrigen Erdumlaufbahn weiter von der Erde wegtreiben könnte unter der Annahme eines Einfallswinkels der Sonne von 30° (Fallbeschleunigung kann als konstant $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ angenommen werden; die gesamte auftreffende Strahlung wird absorbiert.)

5 Polarisation

- (a) Licht der Intensität 100 W/m^2 aus einer Halogenlampe fällt auf einen idealen Linearpolarisator mit senkrechter Durchlassrichtung. Wie groß ist die Intensität bei Austritt? Hinter den ersten Polarisator schaltet man nun einen weiteren Linearpolarisator mit horizontaler Durchlassrichtung. Wie groß ist die Intensität nach dem zweiten Polarisator? Zum Schluss bringt man noch einen dritten Linearpolarisator zwischen die beiden ersten. Seine Durchlassrichtung ist um 45° gedreht. Wie groß ist nun die Intensität nach allen drei Polarisatoren? Erklären Sie das auftretende Paradoxon.
- (b) Wir leiten einen Lichtstrahl durch zwei gekreuzte perfekte Polarisationsfilter zwischen den sich ein dritter, ebenfalls perfekter Polarisationsfilter befindet, der mit der Kreisfrequenz ω rotiert. Zeigen Sie, dass der transmittierte Lichtstrahl mit der Frequenz 4ω moduliert ist. Wie verhalten sich Amplitude und Mittelwert der transmittierten zur einfallenden Flussdichte?

6 Glasfaser

Ein Glasfaserkabel hat einen Kernradius von a mit einem Mantel. Die Brechzahl des Kerns sei $n_K = 1.457$, die des Mantels $n_M = 1.448$. r sei die Radialkoordinate. Ein Lichtstrahl treffe unter dem Einfallswinkel α beim $r = 0$ auf die Stirnfläche des Kabels. Bis zu welchem Winkel α_{\max} wird er an der Grenzfläche Kern/Mantel der Glasfaser totalreflektiert?

7 Reflexion und Polarisation

- (a) Eine Taucherin befindet sich in einer Tiefe von 10 m unter dem Wasserspiegel und schaut nach oben. Wie groß ist die Meeresoberfläche, durch die hindurch sie Objekte außerhalb des Wasser sehen kann?
- (b) Unter welchem Winkel muss man unpolarisiertes Licht in Luft auf eine Glasplatte $n_2 = 1.61$ einfallen lassen, damit der reflektierte Anteil vollständig linear polarisiert ist? Wie ist der Vektor der elektrischen Feldstärke der reflektierten Lichtwelle dann orientiert?

8 Oszillatormodell

Aus dem Oszillatormodell der Dispersion erhält man für verdünnte Gase die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \quad (3)$$

N , ω_0 und γ sind die Teilchendichte, Resonanzfrequenz und Dämpfungskonstante des Mediums.

- (a) Wie lautet der Beitrag zu $\epsilon(\omega)$, der von der Bewegung freier Elektronen in einem Metall herrührt?
- (b) Leiten Sie ausgehend vom ohmschen Gesetz $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ für eine harmonische elektromagnetische Welle die Formel für die Leitfähigkeit $\sigma(\omega)$ ab. Gehen Sie dabei von der Zerlegung des dielektrischen Verschiebungsstrom $\partial/\partial t \mathbf{D} = \partial/\partial t \mathbf{D}_{\text{gebunden}} + \mathbf{j}$ in einen von den gebundenen und einen von den freien Elektronen herrührenden Anteil aus.