# Übungen zum Ferienkurs Lineare Algebra 2015/2016

## 1 Lineare Funktionen

### 1.1 Kern und Bild

Bestimmen Sie Dimension von/ und Kern sowie die Dimension des Bildes von $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 5 \\ -2 & 10 & -9 \\ 1 & 9 & 8 \end{pmatrix}$

## 2 Basiswechsel

### 2.1

Bestimmen Sie die Transformationsmatrix um von der Basis $b_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $b_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf die neue Basis $a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ zu wechseln.

### 2.2

Bestimmen Sie die Basis der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 5 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ und finden Sie eine Transformationsmatrix um diese in der Basis $a = \{e_x, e_y, e_z\}$ darzustellen.

## 3 Determinanten

### 3.1

Berechnen Sie die Determinanten folgender Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 7 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -4 \\ 7 & -8 & 11 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

### 3.2

Berechnen Sie die inversen Matrizen über die Determinante und die adjunkte Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

### 3.3

Berechnen Sie die folgenden Determinanten mithilfe des Entwicklungssatzes nach Laplace:

$$a) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & 1 \\ 4 & 3 & 1 \end{vmatrix}, \quad b) \begin{vmatrix} 2 & 0 & 5 \\ -3 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 9 \end{vmatrix}, \quad c) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 \\ 3 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

# 4 Eigenwerte und -vektoren

## 4.1

Berechnen Sie das charakteristische Polynom, die Eigenwerte und Eigenvektoren von

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 7 \\ 6 & 2 & -6 \\ -4 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$