Ferienkurs

Theoretische Physik: Mechanik

Probeklausur - Angabe

PHYSIK
DEPARTMENT

Aufgabe 1 [17 Punkte]

Beantworten Sie die folgenden Fragen zu grundlegenden Begriffen bzw. Sachverhalten der Mechanik durch präzise und vollständige, aber knappe Ausführungen bzw. Ableitungen der Resultate:

1. Erklären Sie die folgenden Begriffe in jeweils einem Satz: [6 Punkte]
   - Längenkontraktion
   - skleronome Zwangsbedingung
   - virtuelle Verrückung
   - Inertialsystem
   - galileisches Relativitätsprinzip
   - kanonische Transformation
2. Nenen Sie die Keplergesetze. [3 Punkte]
3. Geben Sie an, ob die Aussage immer wahr ist. Ein einfaches Ja oder nein genügt. (Richtige Antworten geben zwei Punkte, falsche Antworten einen Punkt Abzug, keine Antwort keine Punkte.) [8 Punkte]
   - Gegeben Sei ein Teilchen der (konstanten) Masse m im konservativen Kraftfeld $\vec{F}$. $\vec{F}$ lässt sich allgemein schreiben als Gradient eines zeitabhängigen Potentials $\vec{F}(\vec{r}, t) = -gradU(\vec{r}, t)$.
   - Gegeben Sei ein abgeschlossenes System, bestehend aus n Punktteilchen mit Massen $m_1, ..., m_n$, das durch ein explizit zeitabhängiges Potential $U(\vec{r}_1, ..., \vec{r}_n, t)$ beschrieben wird. Ist das Potential invariant unter Drehungen, so ist der Gesamtdrehimpuls $\vec{L} = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i$ erhalten.
   - Betrachten Sie System aus n Massenpunkten. m holonome Zwangsbedingungen sei durch m unabhängige Gleichungen der Form $g_i(\vec{r}_1, ..., \vec{r}_n, t) = 0$ (für i ∈ {1, ..., m}) Das System wird durch $n - m$ verallgemeinerte Koordinaten beschrieben.
   - Betrachten Sie die Bewegung eines starren Körpers, dessen Trägheitstensor I bezüglich eines im Schwerpunkt des starren Körpers fest verankerten Koordinatensystems gegeben sei. Die kinetische Energie des starren Körpers setzt sich zusammen aus der kinetischen Energie der Schwerpunktstranslation und der Energie der Rotation um eine Achse durch den Schwerpunkt.

Aufgabe 2 [10 Punkte]

Betrachten Sie die Streuung eines Teilchens der Masse m an einer harten, undurchdringbaren (dreidimensionalen) Kugel mit Radius R, die sich im Ursprung des Koordiantensystems befindet. Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass das Teilchen aus dem Unendlichen mit Energie E und Stoßparameter b (bezogen auf den Mittelpunkt der Kugel) einläuft:

1. Geben Sie dsa Potential $U = U(r)$ sowie das effektive Potential $V = V(r)$ für das Problem an und skizzieren Sie beide. [1 Punkt]

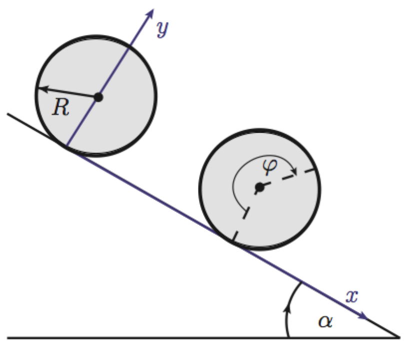
2. Welche physikalischen Situationen entsprechen den Fällen $E > \frac{l^2}{2mR^2}$ und $0 < E < \frac{^2}{2mR^2}$, wobei l der Betrag des Drehimpulses des Systems ist? Geben Sie für beide Fälle den Umkehrpunkt r_0 als Funktion der Energie E und des Stoßparameters b an. [2 Punkte]

3. Berechnen Sie für beide Fälle den Streuwinkel ϑ des Teilchens und erläutern Sie Ihr Ergebnis geometrisch. [4 Punkte]

4. Bestimmen Sie für den Fall, dass das Teilchen auf die Kugel stößt, sowohl differntiellen als auch totalen Wirkungsquerschnitt. Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse! [3 Punkte]

Aufgabe 3 [15 Punkte]

Eine homogene Kugel und ein homogener Zylinder mit gleicher Masse M und gleichem Radius R rollen ohne zu gleiten im homogenen Schwerefeld der Erde ($g > 0$) eine schiefe Ebene mit Neigungswinkel α hinab. Es wirken keine weiteren Kräfte.



1. Berechnen Sie die Trägheitsmomente I_K und I_Z von Kugel bwz. Zylinder bezüglich der Rotationsachse der Rollbewegung (d. h. für die Kugel bezüglich der Rotation um einen Durchmesser und für den Zylinder bezüglich einer Rotation um seine Längsachse). Zeigen Sie, dass mit homogenen Massenverteilungen gilt: [6 Punkte]

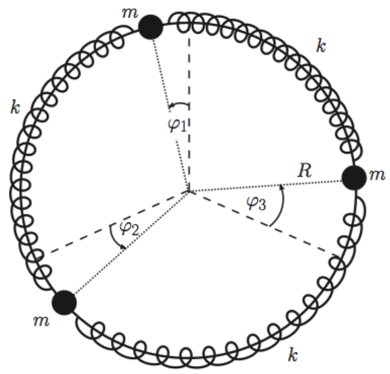
$$I_K = \frac{2}{5}MR^2 \qquad \text{und} \qquad I_Z = \frac{1}{2}MR^2 \tag{1}$$

2. Stellen Sie für beide Körper die jeweilige Lagrangefunktion in der generalisierten Koordiante φ auf. [6 Punkte]

3. Leiten Sie die Bewegungsgleichungen ab. Welcher Körper ist schenller unten, wenn beide vom gleichen Ort aus der Ruhe losgelassen werden? [3 Punkte]

Aufgabe 4 [15 Punkte]

Drei Massenpunkte mit identischen Massen m bewegen sich reibungsfrei auf einem Kreisring mit Radius R. Sie sind durch drei identische, ideale Federn mit Federkonstanten k entlang der Kreisbögen miteinander verbunden. Es wirken keine weiteren Kräfte.



1. Stellen Sie die Lagrangefunktion in den Koordinaten $\varphi_i (i \in \{1, 2, 3\})$ auf, die als Auslenkun aus einer durch gleiche Federspannung bestimmte Lage definiert sind. [4 Punkte]

2. Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen und Eigenschwingungen des Systems, indem Sie das zugehörige Eigenwertproblem lösen. [6 Punkte]

3. Zeigen Sie, dass die Koordinate $\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)$ zyklisch ist. Wie groß ist ihre Eigenfrequenz? Bestimmen Sie die zugehörige Erhaltungsgröße, ihre physikalische Bedeutung und die zugrundeliegende Symmetrie. [3 Punkte]

4. Geben Sie die vollständige Lösung des Schwinungsproblems an. [2 Punkte]