

Probeklausur 11/09/2015

1 Quickies

- (a) Was ist die definierende Eigenschaft von Fermionen und Bosonen?
- (b) Wie lauten die Energieeigenwerte E_n des eindimensionalen harmonischen Oszillators im stationären Zustand?
- (c) Können die Übergänge ${}^3P_2 \rightarrow {}^3P_0$ und ${}^8S_{7/2} \rightarrow {}^6P_{7/2}$ stattfinden? Begründung!

2 Potentialmulde

Gegeben ist eine rechteckförmige Potentialmulde der Breite $b > 0$ und der Tiefe $-V_0$ mit $V_0 > 0$.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{(Bereich I) } x < 0 \\ -V_0 & 0 < x < b \text{ (Bereich II)} \\ 0 & x > b \text{ (Bereich III)} \end{cases} \quad (1)$$

Eine ebene Materiewelle (Energie $E > 0$, Masse m) trifft von links auf diese Potentialmulde. Der Betrag des Wellenvektors in den drei Bereichen soll mit k_I , k_{II} bzw. k_{III} bezeichnet werden.

- (a) Die Energie E des Teilchens sei fest vorgegeben. Berechnen Sie die Muldentiefe V_0 in Abhängigkeit von der Energie E , so dass gilt $k_{II} = 4k_I$.
- (b) Die Muldentiefe erfüllt nun die Bedingungen aus (a) (d. h. $k_{II} = 4k_I$). Geben Sie für alle drei Bereiche die zugehörigen resultierenden Ortswellenfunktionen $\phi_I(x)$, $\phi_{II}(x)$, $\phi_{III}(x)$ mit allgemeinen Amplitudenkoeffizienten an. **Hinweis:** Verwenden Sie für die ebene Teilchenwelle die komplexe Schreibweise und überlegen Sie, welche Wellenkomponenten in den jeweiligen Bereichen auftreten.
- (d) Betrachten Sie nun zusätzlich den Spezialfall $\lambda_I = b/2$, wobei λ_I die Materiewellenlänge im Bereich I bezeichnet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit T , mit der das Teilchen die Potentialmulde überwindet.

3 Positronium

Das Positronium ist ein wasserstoffähnliches exotisches Atom, das aus einem e^+ und einem e^- besteht, die einen kurzlebigen gebundenen Zustand bilden können. Beide

Leptonen kreisen im gebundenen Zustand um den gemeinsamen Schwerpunkt, der sich in der Mitte zwischen den beiden befindet.

- Berechnen Sie die klassischen Energieniveaus und die Radien der Bohrschen Bahnen des Positroniums als Funktion der Hauptquantenzahl n und vergleichen Sie diese mit denen des Wasserstoffs.
- Im Positronium koppeln die beiden Spins zum Gesamtspin \mathbf{S} und dann mit dem Bahndrehimpuls \mathbf{L} zum Gesamtdrehimpuls \mathbf{F} . Im Wasserstoffatom dagegen koppeln \mathbf{s} und \mathbf{l} zu \mathbf{j} und \mathbf{j} koppelt dann zusammen mit dem Kernspin \mathbf{I} zu \mathbf{F} . Trotzdem können wir die Hyperfeinaufspaltung der Energiezustände des Positroniums aus dem für das Wasserstoffatom hergeleiteten Ausdruck berechnen. Warum?
- Welche spektroskopischen Niveaus des Positroniums gibt es für $n = 1$ und $n = 2$? Verwenden Sie der Einfachheit halber immer $n_2 = 1$.
- Die Energieabstände zwischen welchen spektroskopischen Niveaus berechnet man, wenn man die Hyperfeinstrukturaufspaltung des Positroniums bestimmt, d.h. welche Niveaus werden durch die Hyperfeinwechselwirkung im Positronium aufgespalten?
- Berechnen Sie nun die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands im Wasserstoff und die entsprechende Hyperfeinaufspaltung des Positroniums. Um welche Größenordnung unterscheiden sich die beiden? **Hinweis:** Im Grundzustand ist
$$\Delta H_{HFS}^H = \frac{2}{3} g_s g_l \frac{\alpha^4 \mu^3 c^2}{m_e m_k n^3} \frac{F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)}{2}.$$

4 Lithiummoleküle

Lithium kommt als zwei Isotope vor, ${}^6\text{Li}$ und ${}^7\text{Li}$, mit jeweils 3 Protonen und 3 bzw. 4 Neutronen. Der Gleichgewichtsabstand r_0 in den Molekülen $\text{H}{}^6\text{Li}$ und $\text{H}{}^7\text{Li}$ sei gleich groß. Die Frequenz ν entspricht dem Übergang zwischen den Rotationszuständen $j = 1$ und $j = 0$. Experimentell wird zwischen den beiden Molekülsorten ein Frequenzunterschied $\Delta\nu = \nu(\text{H}{}^6\text{Li}) - \nu(\text{H}{}^7\text{Li}) = 10^{10}$ Hz beobachtet. Die Moleküle sollen als starre Rotatoren betrachtet werden.

- Berechnen Sie den Gleichgewichtsabstand r_0 .
- Berechnen Sie für beide Molekülsorten die Energie des Übergangs von $j = 1$ nach $j = 0$.

5 Zeeman-Effekt

- (a) Erläutern Sie das Zustandekommen des normalen Zeeman-Effekts. In welchen Fällen reduziert sich der anomale auf den normalen Zeeman-Effekt und worin liegen deren Unterschiede?
- (b) Welche guten Quantenzahlen sind zusätzlich zur Hauptquantenzahl n und zur Spinquantenzahl s notwendig zur vollständigen Beschreibung der Zustände beim anomalen Zeeman-Effekt?
- (c) Betrachten Sie zwei angeregte Zustände in Natrium $Z = 11$ mit den spektroskopischen Symbolen $3^2D_{3/2}$ und $3^2P_{1/2}$. Für die Energieniveaus gilt $E(3^2D_{3/2}) > E(3^2P_{1/2})$. Es wird nun ein schwaches Magnetfeld angelegt. Zeichnen Sie das Termschema für die beiden Zustände. Zeichnen Sie die erlaubten Zeeman-Übergänge ein unter Berücksichtigung der Auswahlregeln: $\Delta j = 0, \pm 1, \Delta l = \pm 1, \Delta m_j = 0, \pm 1$.

6 Beheizbares Zimmer

Gegeben sei ein beheizbares Zimmer mit dem Volumen $V = 75 \text{ m}^3$ und der Anfangstemperatur $T_i = 287 \text{ K}$. Die Heizung werde nun aufgedreht bis die Endtemperatur $T_f = 293 \text{ K}$ erreicht ist. Betrachten Sie Luft näherungsweise als reinen Sauerstoff und diesen als ideales Gas. Der Luftdruck soll 1013 hPa betragen und sich durch das Heizen nicht verändern.

- (a) Wie groß ist die in der Zimmerluft anfänglich enthaltene Energie?
- (b) Wie groß ist die Energie der Zimmerluft nach Beendigung des Heizvorgangs?
- (c) Welche Wärmeenergie hat die Heizung abgegeben?

7 Silvester

Zu Silvester haben Sie eine unbekannte Menge Blei auf einem Löffel zum Schmelzen gebracht. Die Temperatur des Bleis beträgt 673 K, die Schmelztemperatur des Bleis beträgt 700 K Sie gießen das Blei in ein Wassergefäß mit 250 g Wasser (spezifische Wärmekapazität $4.2 \text{ kJ}/(\text{kgK})$), das seine Temperatur von 293 K auf 294.5 K erhöht. Die spezifische Wärmekapazität von Blei (unabhängig vom Aggregatzustand) beträgt $0.13 \text{ kJ}/(\text{kgK})$, die spezifische Schmelzwärme ist $25 \text{ kJ}/(\text{kg})$. Vernachlässigen Sie sämtliche Wärmeverluste an die Umgebung.

- (a) Welche Wärmemenge hat das Wasser aufgenommen? (Ersatzlösung: 1500 J)
- (b) Beschreiben Sie Schritt für Schritt, welche Prozesse nach dem Hereinfließen des flüssigen Bleis in das Wasser ablaufen.
- (c) Welche Masse Blei ist in das Wassergefäß gegeben worden?