

FK Ex 4 10/09/2015

1 Entropie I

Am Boden einer Kiste befinden sich $N_1 = 1000$ schwarze Kugeln. Darüber liegt eine Schicht aus $N_2 = 250$ weißen Kugeln. Nun wird die Kiste geschüttelt und die Kugeln durchmischen sich. Berechnen Sie den Entropiezuwachs ΔS in Einheiten von k_B in Abhängigkeit von N_1 , N_2 und $N = N_1 + N_2$. Berechnen Sie die Zahlenwerte von $\Delta S/k_B$ und $\Delta S/k_B N$. **Hinweis:** Verwenden Sie die Stirling-Formel: $N! \approx N^N$.

2 Entropie II

- (a) Ein Kilogramm Wasser bei 273 K wird in thermischen Kontakt mit einem Wärmereservoir bei 373 K gebracht, bis das Wasser die Temperatur 373 K erreicht hat. Wie groß ist die Entropieänderung des Wärmebades, des Wassers und des Gesamtsystems aus Wasser und Wärmebad?
- (b) Wie groß wäre die Entropieänderung des Gesamtsystems, wenn man das Wasser von 273 K auf 373 K heizt, indem man es zuerst mit einem Wärmereservoir bei 323 K und dann (nachdem sich das Gleichgewicht eingestellt hat) mit einem Wärmereservoir bei 373 K in Kontakt bringt?

3 Entropie III

Zwei Mol eines idealen Gases haben zu Beginn eine Temperatur $T_1 = 400$ K und ein Volumen $V_1 = 40$ l. Sie erfahren anschließend eine isotherme (d. h. $T = \text{const.}$) Expansion auf das doppelte Volumen. Wie hoch sind die Entropieänderungen des Gases und des Universums?

4 Ideales Gas I

Ein Autofahrer pumpt die Reifen seines Autos auf einen Druck von 180 kPa auf, während die Temperatur bei $T_i = 265$ K liegt. Als er sein Fahrziel erreicht hat, ist der Reifendruck auf 245 kPa angestiegen. Wie hoch ist dann die Temperatur der Reifen, wenn diese

- (a) sich nicht ausgedehnt haben?

(b) sich um 7 % ausgedehnt haben?

5 Ideales Gas II

Ein ideales Gas mit $V_1 = 20$ l und $p_1 = 20$ bar expandiert reversibel bei konstanter Temperatur auf $V_2 = 40$ l. Wie groß ist die Änderung der freien Energie bei diesem Prozess?

6 Photonengas

In thermodynamischer Hinsicht verhält sich die in einem Hohlraum befindliche thermische Strahlung wie ein Gas mit der Zustandsgleichung

$$p = \frac{1}{3}bT^4 \quad (1)$$

und innerer Energie

$$U = bT^4V \quad (2)$$

mit $b = 7.56 \cdot 10^{-16} \text{ J/m}^3\text{K}^4$. Bestimmen Sie die isochore ($V=\text{const.}$) Wärmekapazität und die Adiabatangleichung.

7 Gasvolumen

Ein Behälter sei mit 2 Mol idealem, 1-atomigen Gas gefüllt (Volumen V_i) und an ein Wärmereservoir mit Temperatur $T_R = 293$ K angeschlossen. Der Behälter sei oben mit einem beweglichen, masselosen Stempel der Fläche $A = 0.2 \text{ m}^2$ abgeschlossen. Außerhalb des Behälters herrscht der Luftdruck $p_i = 10^5 \text{ N/m}^2$. Auf den Stempel wird langsam Sand bis zu einer Gesamtmasse $m = 500$ kg gehäuft. Hierbei bedeutet langsam, dass die Temperatur des Gases konstant bleibt, da es mit dem Wärmereservoir in Verbindung steht.

- Wie groß sind Volumen V_f und Druck p_f des Gases, wenn der gesamte Sand auf dem Stempel liegt?
- Wie groß ist die Wärmemenge, die dabei zwischen Wärmereservoir und dem Gas ausgetauscht wurde?
- Durch die Erwärmung des Gases soll der beladene Stempel nun auf die ursprüngliche Höhe gebracht werden. Welche Temperatur hat das Gas, wenn es das

ursprüngliche Volumen einnimmt? Welche Wärmemenge wurde dem Gas hierfür zugefügt?

8 Luftpumpe

Eine zylindrische Luftpumpe mit der Länge $L = 45$ cm und dem Durchmesser $d = 4$ cm ist bei dem Druck $p_1 = 1013$ mbar und der Temperatur $T_1 = 296$ K mit Helium (1-atomig, ideales Gas) gefüllt.

- (a) Der Kolben wird um $x = 10$ cm in die Luftpumpe hineingedrückt, so dass ein Druck p_2 entsteht. Dieser Vorgang ist so schnell, dass dabei kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann. Berechnen Sie die Temperatur T_2 am Ende des Vorgangs.
- (b) Der Kolben wird solange festgehalten, bis ein Temperatúrausgleich mit der Umgebung stattgefunden hat. Berechnen Sie den Druck p_3 , der sich am Ende dieses Schrittes einstellt.
- (c) Der Kolben wird wieder losgelassen, so dass sich der Druck wieder dem Umgebungsdruck anpasst. Auch dieser Prozessschritt ist wieder so schnell, dass kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfinden kann. Berechnen Sie die Temperatur T_4 und das Volumen V_4 am Ende des Schrittes
- (d) Der Kolben wird wieder losgelassen und es wird gewartet, bis ein Temperatúrausgleich mit der Umgebung stattgefunden hat. Berechnen Sie das Volumen V_3 dieses Prozessschrittes.

9 Fermi-Gas I

Ein System von N nicht wechselwirkende identischen Fermionen befindet sich in einem eindimensionalen Potentialtopf der Breite a .

- (a) Wie groß ist im Grundzustand des Systems die Energie E_F des höchsten besetzten Einteilchenzustandes als Funktion der Teilchendichte $\rho = N/a$? Zur Vereinfachung sei N geradzahlig.
- (b) Wie groß ist die Gesamtenergie des Systems E als Funktion der Teilchendichte und als Funktion der Fermi-Energie ϵ_F ?

(c) Die durch die Beziehung

$$E = \int_0^{\epsilon_F} d\epsilon \epsilon_F g(\epsilon) \quad (3)$$

definierte Funktion $g(\epsilon)$ heißt Zustandsdichte. Berechnen Sie diese Funktion für den Fall des eindimensionalen Potentialtopfs.

10 Fermi-Gas II

Berechnen Sie die Fermi-Energie und die mittlere Elektronenenergie in einem eindimensionalen Elektronengas, das aus N Elektronen, eingeschlossen in einem Potentialtopf der Länge L besteht. **Hinweis:** $\sum_{i=1}^v i^2 = \frac{v(v+1)(2v+1)}{6}$.