# Ferienkurs Experimentalphysik 3

Wintersemester 2014/2015

Thomas Maier, Alexander Wolf

## Lösung 4
Quantenphänomene

### Aufgabe 1: Photoeffekt 1

Ein monochromatischer Lichtstrahl trifft auf eine Kalium-Kathode (Austrittsarbeit $W_A = 2,3$ eV).

a) Wie groß darf die Wellenlänge höchstens sein, damit der Photoeffekt auftritt?

b) Wieso lässt sich durch diesen Effekt auf den Teilchencharakter des Lichtes schließen?

Im Folgenden wird Licht der Wellenlänge $\lambda = 400$ nm verwendet. Hinter der Kathode wird ein Magnetfeld der Stärke $B = 0,1$ mT aufgebaut, dessen Feldlinien senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehen. Man beobachtet kreisförmige Trajektorien der ausgelösten Elektronen.

c) Welchen Radius kann die Kreisbahn maximal haben?
($m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C)

d) Wieso gibt es Kreisbahnen mit kleinerem Radius?

### Lösung 1:

a) Für den Photoeffekt gilt

$$E_{ph} = W_A + E_{kin} \tag{1}$$

wobei $E_{ph} = \frac{hc}{\lambda}$ die Energie der einfalleneden Photonen ist, $W_A$ die Austrittsarbeit und $E_{kin}$ die kinetische Energie der ausgelösten Elektronen ist. Der Photoeffekt tritt dann gerade noch auf, wenn gilt $E_{kin} = 0$. Damit erhält man als Grenzwellenlänge

$$\lambda_G = \frac{hc}{W_A} = 539\ nm \tag{2}$$

b) Der Photoeffekt tritt instantan auf. Im Wellenbild lösen sich erst dann Elektronen aus einem Material, sobald die absorbierte Energie (pro Volumenelement) ausreicht um die Austrittsarbeit zu überwinden. Der Photoeffekt würde daher erst nach einer gewissen Zeit eintreten sobald genug Energie absorbiert würde, er tritt aber sofort auf. Das lässt sich nur mithilfe des Teilchenbildes erklären.

c) Als kinetische Energie der Elektronen erhält man

$$E_{kin} = \frac{hc}{\lambda} - W_A = 0,8\ eV \tag{3}$$

man erhält daraus ihre Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2E_{kin}}{m_e}} = 5,30 \cdot 10^5 \frac{m}{s} \tag{4}$$

Beim Austreten wirkt die Lorenzkraft auf die Elektronen, die eine Kreisbahn bewirkt. Aus Gleichsetzen der Lorenzkraft mit der Zentripetalkraft erhält man den Radius der Kreisbahn:

$$F_L = F_Z \tag{5}$$

$$evB = \frac{m_e v^2}{r} \tag{6}$$

$$\rightarrow r = \frac{m_e v}{eB} = 3,0\ cm \tag{7}$$

d) Es gibt auch Kreisbahnen mit kleinerem Radius, da nicht alle Elektronen die gleiche kinetische Energie besitzen. Der errechnete Wert ist der maximale Wert den sie haben können, allerdings verlieren die meisten Elektronen durch beispielsweise Stöße im inneren des Materials einen Teil ihrer Energie, was zu einer geringeren Geschwindigkeit und demnach zu kleineren Kreisbahnen führt.

**Aufgabe 2: Photoeffekt 2**

Blaues Licht der Wellenlänge $\lambda = 430$nm falle auf eine Photozelle, deren lichtelektrische Schicht eine Quanteneffizienz von $\eta = \frac{n_e}{n_{ph}} = 0,14$ hat ($n_e$: Anzahl rausgelöster Elektronen pro Zeiteinheit, $n_{ph}$: Anzahl eintreffender Photonen pro Zeiteinheit).

a) Wie groß ist die Strahlungsleistung des auf die Photozelle fallenden blauen Lichts, wenn ein maximaler Photoelektronenstrom von $I = 0,5$ mA fließt?

b) Welche Austrittsarbeit $W_A$ hat das Material der lichtelektrischen Schicht, wenn durch ein Gegenfeld der Spannung $U_B = 0,94$ V der Strom vollständig unterdrückt werden kann?

c) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Photoelektronen, wenn keine Gegenspannung angelegt ist.

d) Ab welcher Wellenlänge tritt kein Strom auf, wenn Sie annehmen, dass die lichtelektrische Schicht aus Cäsium besteht, dessen Austrittsarbeit $W_A = 2,14$ eV beträgt?

**Lösung 2:**

a) Zwischen $n_e$ und dem Photostrom $I$ gilt der Zusammenhang:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = en_e \tag{8}$$

Maximaler Photostrom bedeutet, dass alle freigeschlagenen Elektronen die Kathode erreichen. Es gilt daher für die Strahlungsleistung:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = n_{ph}E_{ph} = \frac{n_e}{\eta}E_{ph} = \frac{I}{e\eta}\frac{hc}{\lambda} \approx 10,3\ mW \tag{9}$$

b)

$$\frac{hc}{\lambda} = eU + W_A \tag{10}$$

$$\rightarrow W_A = \frac{hc}{\lambda} - eU = 1,94\ \text{eV} \tag{11}$$

c)

$$E_e = \frac{hc}{\lambda} - W_A = \frac{1}{2}mv^2 \tag{12}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - W_A\right)} = 5,8 \cdot 10^{-8}\ \frac{m}{s} \tag{13}$$

d) Hier muss die Photonenenergie kleiner als die Austrittsarbeit sein:

$$\frac{hc}{\lambda} \leq W_A \tag{14}$$

$$\rightarrow \lambda \geq \frac{hc}{W_A} = 579\ \text{nm} \tag{15}$$

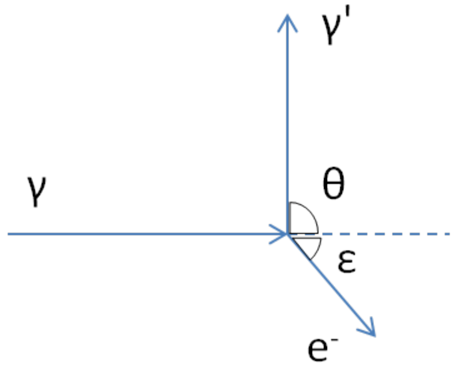
**Aufgabe 3: Compton-Streuung**

Bei einem Streuexperiment tritt Compton-Streuung auf. Unter dem Streuwinkel $\theta = 90°$ zeigt sich die gestreute Strahlung mit einer doppelt so großen Wellenlänge im Vergleich zur einfallenden Strahlung.

a) Bestimmen Sie die Frequenz der einfallenden Strahlung.

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des gestoßenen Elektrons.

c) Berechnen Sie den Winkel $\epsilon$, den die Flugrichtung des gestoßenen Elektrons mit der Richtung der Primärstrahlung einschließt.




**Lösung 3:**

a) Aus der Vorlesung ist bekannt:

$$\Delta\lambda = \lambda_C \left(1 - \cos\theta\right) \tag{16}$$

mit der Comptonwellenlänge $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c}$, wobei $m_0$ die Ruhemasse des Elektrons ist. Man erhält für die Wellenlänge der einfallenden Strahlung

$$\lambda = \Delta\lambda = \lambda_C \left(1 - \cos(90°)\right) = \lambda_C \tag{17}$$

Und somit als Frequenz:

$$\nu = \frac{c}{\lambda_C} = 1,2 \cdot 10^{20}\ \text{Hz} \tag{18}$$

b) Die übertragene Energie auf das Elektron ist

$$\Delta E_\gamma = \frac{hc}{\lambda_C} - \frac{hc}{2\lambda_C} = \frac{hc}{2\lambda_C} = \frac{1}{2} m_0 c^2 \tag{19}$$

Aus der Energie-Impuls Beziehung erhält man eine Formel für den Impuls $p_e$ des Elektrons nach seinem Stoß:

$$E_{ges}^2 = (m_0 c^2 + \Delta E_\gamma)^2 = m_0^2 c^4 + p_e^2 c^2 \tag{20}$$

$$\rightarrow p_e = \frac{1}{c}\sqrt{2 m_0 c^2 \Delta E_\gamma + \Delta E_\gamma^2} = \sqrt{\frac{5}{4}} m_0 c \tag{21}$$

und aus der Definition des relativistischen Impulses erhält man eine Gleichung für dessen Geschwindigkeit $v$:

$$p_e = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 + \frac{v^2}{c^2}}} \qquad \rightarrow \qquad v = \frac{p_e}{\sqrt{m_0^2 + \frac{p_e^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{5}}{3} c \approx 0,75c \tag{22}$$

c) Da der Streuwinkel der Strahlung $\theta = 90°$ ist, und Impulserhaltung

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p'}_\gamma + \vec{p'}_e \tag{23}$$

gilt, erhält man ein rechtwinkliges Dreieck und es gilt:

$$\tan\epsilon = \frac{p'_\gamma}{p_\gamma} = \frac{\lambda}{2\lambda} = \frac{1}{2} \rightarrow \epsilon = 27° \tag{24}$$

**Aufgabe 4: Bestrahlungsstärke**

Sie vermessen das Sonnenspektrum auf der Erde. Als Maximum Ihrer Verteilung erhalten Sie $\lambda_{max} = 500$ nm und als Bestrahlungsstärke $B_E = 1350\ \frac{W}{m^2}$.

a) Wie groß ist der Abstand zwischen Erde und Sonne, wenn Sie davon ausgehen, dass die Sonne ein Schwarzkörper ist, der isotrop in alle Richtungen strahlt und einen Radius von $6,95 \cdot 10^5$ km besitzt?

b) Wie groß ist die Bestrahlungsstärke auf dem Mars, wenn dieser $2,28 \cdot 10^8$ km entfernt ist?

c) Welche Temperatur würden Sie auf dem Mars erwarten, wenn Sie diesen als Schwarzkörper im thermischen Gleichgewicht annehmen und er einen Radius von $3,39 \cdot 10^3$ km besitzt?

**Lösung 4:**

a) Mit dem Wien'schen Gesetz lässt sich zunächst die Temperatur $T_S$ der Sonne errechnen:

$$T_S = \frac{b}{\lambda_{max}} = 5800\ K \tag{25}$$

wobei $b = 2898\ \mu mK$ die Wiensche Verschiebungskonstante bezeichnet. Die Gesamte Strahlungsleistung $P_S$ der Sonne lässt sich aus dem Stefan-Boltzmann Gesetz berechnen:

$$P_S = \sigma \cdot A_S \cdot T_S^4 = \sigma \cdot 4\pi R_S^2 \cdot T_S^4 = 3,90 \cdot 10^{26}\ W \tag{26}$$

wobei $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ die Stefan-Boltzmann Konstante und $A_S$ die Sonnenoberfläche bezeichnet. Unter der Annahme, dass sich die Strahlungsleistung isotrop über den Raum ausbreitet erhält man die Bedingung

$$P_S \stackrel{!}{=} B_E \cdot A_{S-E} = B_E \cdot 4\pi R_{S-E}^2 \tag{27}$$

wobei $A_{S-E}$ die Oberfläche einer Kugel ist mit Radius Abstand zwischen Erde und Sonne $R_{S-E}$. Aufgelöst auf diesen Abstand erhält man

$$R_{S-E} = \sqrt{\frac{P_S}{4\pi \cdot B_E}} = 1,51 \cdot 10^8\ km \tag{28}$$

b) Gleichung (27) gilt für alle Abstände bei ihrer jeweiligen Bestrahlungsstärke. Aufgelöst auf die gesuchte Bestrahlungsstärke $B_M$ des Mars ergibt sich:

$$B_M = \frac{P_S}{4\pi \cdot R_{S-M}^2} = 596\ \frac{W}{m^2} \tag{29}$$

wobei $R_{S-M}$ der Abstand zwischen Sonne und Mars ist.

c) Ein Schwarzer Körper befindet sich im thermischen Gleichgewicht, wenn die absorbierte Leistung $P_{abs}$ gleich der emittierten Leistung $P_{em}$ ist. Der Mars absorbiert die ankommende Strahlung über seinen kreisförmigen Querschnitt, emittiert jedoch isotrop in alle Raumrichtungen, also über seine gesamte Kugeloberfläche. Die emittierte Leistung ist außerdem durch das Stefan-Boltzmann Gesetz proportional zu dessen Temperatur $T_M$:

$$P_{abs} = P_{em} \tag{30}$$

$$B_M \cdot \pi R_M^2 = \sigma \cdot 4\pi R_M^2 \cdot T_M^4 \tag{31}$$

Aufgelöst auf die Temperatur erhält man

$$T_M = \sqrt[4]{\frac{B_M}{4\sigma}} = 226\ K \tag{32}$$