Fakultät für Physik
Technische Universität München
Bernd Kohler & Daniel Singh

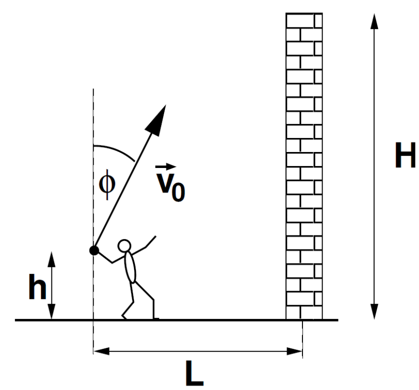
Probeklausur - Lösung
WS 2014/2015
27.03.2015

Ferienkurs Experimentalphysik 1

Bearbeitungszeit: 90 Minuten

Aufgabe 1: *Romeo und Julia* (★★)

Julia befindet sich hinter einer hohen Mauer mit $H = 20\,\text{m}$. Romeo schafft es sich dieser bis auf $L = 10\,\text{m}$ zu nähern. Er will Julia eine Nachricht auf einem Stück Papier zukommen lassen, indem er das Papier um einen Stein wickelt und diesen über die Mauer wirft. Dabei gibt er dem Stein eine Anfangsgeschwindigkeit von $|\vec{v}_0| = 20\,\text{m/s}$ mit. Er lässt den Stein in einer Höhe von $h = 1{,}8\,\text{m}$ los.
Hinweis: Vernachlässigen Sie Reibungseffekte bei den Rechnungen.



a) Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem und geben Sie die Koordinaten des Scheitelpunkts der Flugkurve des Steins in Abhängigkeit vom Abwurfwinkel ϕ an (vgl. Skizze).

b) Welchen Abwurfwinkel ϕ_0 muss Romeo wählen, damit der Scheitelpunkt am Ort der Mauer liegt?

   Hinweis: Sie dürfen die trigonometrische Gleichung $\sin\phi\cos\phi = \frac{1}{2}\sin(2\phi)$ verwenden.

   Ersatzlösung: $\phi_0 = 12°$

c) Gelingt es Romeo die Nachricht an Julia zu überbringen? (Vorausgesetzt sie wird nicht vom Stein erschlagen, falls er über die Mauer gelangt ☺)

Lösung:

a) Wir wählen das Koordinatensystem so, dass der Ursprung im Abwurfpunkt liegt. Die x-Richtung horizontal zur Mauer und die y-Richtung vertikal nach oben. Die z-Koordinate kann bei den Rechnungen vernachlässigt werden bzw. als konstant angesehen werden.

Die Flugkurve des Steins beschreibt eine Wurfparabel mit den Anfangsbedingungen $\vec{r}(0) = 0$ und $\vec{v}(0) = 0$:

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_{0,x} \cdot t \\ v_{0,y} \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad v_{0,x} = v_0 \cdot \sin\phi \;,\; v_{0,y} = v_0 \cdot \cos\phi \tag{1}$$

Am Scheitelpunkt ist $y(t)$ maximal, d.h.

$$\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=t_m} \overset{!}{=} 0 = v_{0,y} - g \cdot t_m \quad \Rightarrow \quad t_m = \frac{v_{0,y}}{g} \tag{2}$$

t_m ist der Zeitpunkt, wenn sich der Stein am Scheitelpunkt befindet. Damit können wir nun die Koordinaten am Scheitelpunkt bestimmen:

$$x_S = x(t_m) = v_{0,x} \cdot \frac{v_{0,y}}{g} = \frac{v_0^2}{g} \sin\phi\cos\phi = \frac{v_0^2}{2g}\sin(2\phi) \tag{3}$$

$$y_S = y(t_m) = v_{0,y} \cdot \frac{v_{0,y}}{g} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{v_{0,y}}{g}\right)^2 = \frac{v_{0,y}^2}{g} - \frac{1}{2} \cdot \frac{v_{0,y}^2}{g} = \frac{v_{0,y}^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}\cos^2\phi \tag{4}$$

$$\Rightarrow \quad \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \end{pmatrix} = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \begin{pmatrix} \sin(2\phi) \\ \cos^2\phi \end{pmatrix} \tag{5}$$

b) Der Abwurfwinkel ergibt sich aus der Bedingung $x_S = L$:

$$\frac{v_0^2}{2g}\sin(2\phi_0) = L \quad \rightarrow \quad \sin(2\phi_0) = \frac{2gL}{v_0^2} = 0,4905 \quad \rightarrow \quad \phi_0 = 14{,}7^\circ \tag{6}$$

c) Wirft Romeo den Stein im Winkel $\phi_0 = 14{,}7^\circ$ ab, so erreicht er eine Scheitelhöhe von

$$y_{S,0} = \frac{v_0^2}{2g} \cdot \cos^2\phi_0 = 19{,}1\,\mathrm{m} \;, \tag{7}$$

wobei zu beachten ist, dass der Ursprung am Abwurfpunkt gewählt wurde, welcher 1,8 m über dem Boden liegt. Damit erreicht der Stein eine Gesamthöhe von 20,9 m und gelangt somit über die Mauer. Romeo schafft es also die Nachricht zu überbringen ☺.

Aufgabe 2: *Vollbremsung* (★)

Eine Limousine hat die Masse $m = 1750\,\text{kg}$ und soll durch eine Vollbremsung (mit blockierten Reifen) von $v_0 = 120\,\text{km/h}$ zum Stehen gebracht werden. Der Reibungskoeffizient beträgt dabei $\mu_g = 0,75$

a) Welche Reibungskraft wirkt dabei?

b) Wie lange dauert der Bremsvorgang?

c) Welche Strecke legt das Fahrzeug dabei noch zurück?

d) Warum kann bei glatter oder nasser Fahrbahn ein Kraftfahrzeug durch sogenanntes „Intervallbremsen“, d. h. mit Bremsen mit kurzzeitigen Unterbrechungen (Funktionsweise des ABS), einen kürzeren Anhalteweg erreichen als durch Vollbremsen?

Lösung:

a) Die Reibungskraft lässt sich mit dem Reibungskoeffizient aus der Normalkraft ermitteln:

$$F_R = \mu_g \cdot F_N = \mu \cdot m \cdot g = 0,75 \cdot 1750\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{m/s}^2 = 12\,876\,\text{N} \tag{8}$$

b) Es findet eine Vollbremsung statt, d. h. der Bremsvorgang erfolgt mit konstanter Kraft. Daraus erhalten wir die konstante Bremsbeschleunigung und schließlich die Zeit für den Bremsvorgang:

$$F_R \overset{!}{=} m \cdot a = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \tag{9}$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta t = \frac{m \cdot \Delta v}{F_R} = \frac{\Delta v}{\mu_g \cdot g} = \frac{\frac{120}{3{,}6}\ \text{m/s}}{0,75 \cdot 9{,}81\,\text{m/s}^2} = 4{,}53\,\text{s} \tag{10}$$

c) Der Bremsweg ergibt sich nun aus der Formel für die gleichmäßig beschleunigte Bewegung. Hier müssen wir nun beachten, dass wir es mit einem Bremsvorgang zu tun haben, d.h. die Beschleunigung ist negativ zu berücksichtigen.

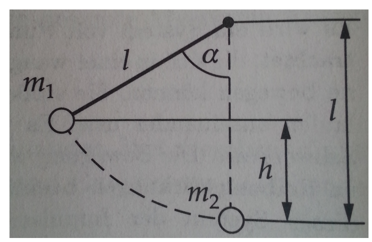
$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{F_R}{m} \cdot t^2 + v_0 \cdot t \tag{11}$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot \frac{12\,876\,\text{N}}{1750\,\text{kg}} \cdot (4{,}53\,\text{s})^2 + \frac{120}{3,6}\ \text{m/s} \cdot (4{,}53\,\text{s}) = 75{,}51\,\text{m} \tag{12}$$

d) Solange die gebremsten Räder rollen, wird das Fahrzeug durch die Haftreibungskraft gebremst. Da die Haftreibungszahl μ_0 stets größer als die Gleitreibungszahl μ_g ist, kann die maximale Bremskraft beim Rollen höhere Werte annehmen als beim Gleiten. Bei Glätte ist aber μ_0 so gering, dass beim Vollbremsen die Räder sehr leicht ins Rutschen kommen. Auch μ_g ist dann selbstverständlich wesentlich geringer als bei normalen Fahrbahnverhältnissen. Indem der Fahrer nun versucht, den höchstmöglichen Wert der Haftreibungskraft zum Bremsen zu nutzen, kommt das Fahrzeug meistens ins Gleiten. Durch kurze Unterbrechung des Bremsens kann aber der Zustand des Rollens wieder hergestellt werden und erneut der Bremsvorgang bei noch rollenden Rädern eingeleitet werden. Das wird dann in rascher Folge wiederholt (Intervallbremsen). Diesen Vorgang übernehmen bei modernen Autos technische Assistenzsysteme (ABS - Antiblockiersystem). Ein weiterer Vorteil ergibt sich dabei durch die bessere Lenkbarkeit und Spurtreue beim Bremsvorgang.

Aufgabe 3: *Fadenpendel* (★★)

Ein Fadenpendel mit der Länge $l = 1{,}0\,\text{m}$ und der Pendelmasse $m_1 = 30\,\text{g}$ wird um den Winkel $\alpha = 60°$ aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt und anschließend losgelassen. Beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage stößt es elastisch auf einen ruhenden Körper der Masse $m_2 = 20\,\text{g}$.



Berechnen Sie die Geschwindigkeit u_2, die dieser Körper durch den Stoß erhält.

Lösung:
Da es ein elastischer Stoß ist und während des Stoßvorganges nur innere Kräfte wirken, gelten Impuls- und Energieerhaltungssatz. Weil der Körper mit der Masse m_2 vor dem Stoß ruht ($v_2 = 0$), ergeben sich folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} \textbf{Impulserhaltung:} \quad & m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \\ \textbf{Energieerhaltung:} \quad & \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot u_1^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot u_2^2 \end{aligned} \tag{13}$$

v_1 ist die Geschwindigkeit des Körpers mit der Masse m_1 unmittelbar vor dem Stoß. Sie lässt sich aus der Höhe h berechnen. Wenn man die potentielle Energie in der Pendelruhelage gleich Null setzt, folgt

$$m_1 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot v_1^2 \tag{14}$$

$$v_1 = \sqrt{2gh} \quad \text{mit} \quad h = l - l \cdot \cos\alpha = l \cdot (1 - \cos\alpha) \tag{15}$$

Damit ist v_1 durch die in der Aufgabenstellung gegebenen Werte bestimmt. Mann kann u_2 durch v_1 ausdrücken, wenn man u_1 eliminiert. Da aus Impuls- und Energieerhaltungssatz entstandene Gleichungssystem wird nach u_2 aufgelöst. Durch Umformen folgt zunächst

$$m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot u_2 \tag{16}$$
$$m_1 \cdot (v_1^2 - u_1^2) = m_2 \cdot u_2^2 \tag{17}$$

Entsprechend der dritten binomischen Formel gilt

$$v_1^2 - u_1^2 = (v_1 + u_1) \cdot (v_1 - u_1) \tag{18}$$

Daher ist es hilfreich im Gleichungssystem 13 die zweite Gleichung durch die erste zu dividieren. Man erhält

$$v_1 + u_1 = u_2 \tag{19}$$
$$u_1 = u_2 - v_1 \tag{20}$$

Setzt man den letzten Ausdruck für u_1 in die erste Gleichung des zu Beginn angesetzten Gleichungssystems 13 ein, so ergibt sich

$$m_1 \cdot v_1 = m_1 \cdot (u_2 - v_1) + m_2 \cdot u_2 \tag{21}$$

Das ist nach u_2 aufzulösen:

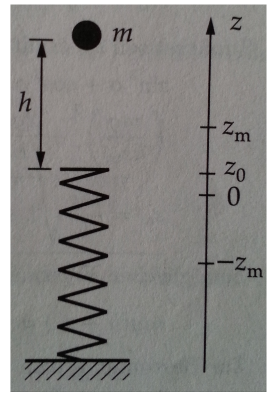
$$2 \cdot m_1 \cdot v_1 = (m_1 + m_2) \cdot u_2 \quad \Leftrightarrow \quad u_2 = \frac{2 \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot v_1 \tag{22}$$

Mit dem bereits ermittelten Ausdruck für v_1 ergibt sich schließlich

$$u_2 = \frac{2 \cdot m_1 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot l \cdot (1 - \cos\alpha)}}{m_1 + m_2} = 3{,}8\,\mathrm{m/s} \tag{23}$$

Aufgabe 4: *Federschwingung* (★★)

Ein Körper (Masse $m = 50{,}0\,\text{g}$) durchfällt die Höhe $h = 200\,\text{mm}$ und trifft zur Zeit $t = 0$ am Ort z_0 auf eine senkrecht stehende Schraubenfeder (Federkonstante $k = 20{,}0\,\text{N/m}$). Nach dem Auftreffen bleibt der Körper mit der Feder verbunden, sodass eine harmonische Schwingung entsteht. Der Koordinatenursprung $z = 0$ soll in die Ruhelage der Schwingung gelegt werden. Die Masse der Feder bleibt unberücksichtigt.



a) Bestimmen Sie den Anfangsort z_0 und die Anfangsgeschwindigkeit v_{z_0} der harmonischen Schwingung.

b) Bestimmen Sie für diese Schwingung die in der Ort-Zeit-Funktion $z(t)$ enthaltenen unbekannten Größen.

c) Welche maximale Geschwindigkeit v_{z_m} tritt bei dieser Schwingung auf?

Lösung:

a) Befindet sich das obere Ende der Feder bei z_0, so ist die Feder entspannt. Deshalb gilt für die Federkraft

$$F_z = -k \cdot \Delta z = -k \cdot (z - z_0) \tag{24}$$

Die Ruhelage $z = 0$ ist dort, wo Gewichtskraft F_G und Federkraft F_z im Gleichgewicht sind:

$$\sum F = F_z(0) - m \cdot g = 0 \tag{25}$$

Mit $F_z(0) = k \cdot z_0$ folgt

$$k \cdot z_0 = m \cdot g \qquad \Rightarrow \qquad z_0 = \frac{m \cdot g}{k} = 2{,}45\,\text{cm} \tag{26}$$

Die Anfangsgeschwindigkeit v_{z_0} dieser Schwingung liefert der Energiesatz, angewendet auf den freien Fall:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{z_0}^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_{z_0} = -\sqrt{2 \cdot g \cdot h} = -1{,}98\,\text{m/s} \tag{27}$$

Das negative Vorzeichen bedeutet eine Bewegung nach unten (negative z-Richtung).

b) Die Ort-Zeit-Funktion der harmonischen Schwingung lautet

$$z(t) = z_m \cdot \cos(\omega_0 t + \alpha) \tag{28}$$

wobei $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ die Kreisfrequenz der Federschwingung ist. die beiden Unbekannten, die Amplitude z_m und der Nullphasenwinkel α, müssen aus den Anfangsbedingungen bestimmt werden. Die notwendige zweite Gleichung wird aus 28 durch Differenzieren nach der Zeit gewonnen:

$$v_z(t) = -z_m \cdot \omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \alpha) \tag{29}$$

Zur Zeit $t = 0$ erhalten wir:

$$z_0 = \frac{m \cdot g}{k} = z_m \cdot \cos\alpha \tag{30}$$

$$v_{z_0} = -\sqrt{2 \cdot g \cdot h} = -z_m \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sin\alpha \tag{31}$$

Zunächst soll z_m ermittelt werden. Dazu ist α zu eliminieren. Das gelingt mit der Beziehung $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$:

$$\left(\frac{m \cdot g}{k \cdot z_m}\right)^2 + \frac{2 \cdot g \cdot h \cdot m}{k \cdot z_m^2} = 1 \tag{32}$$

$$\Rightarrow \quad z_m = \frac{m \cdot g}{k} \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h \cdot k}{m \cdot g}} = 10{,}2\,\mathrm{cm} \tag{33}$$

Alternativer Lösungsweg:

Zum gleichen Ergebnis gelankt man auch mit dem Energiesatz:

$$m \cdot g \cdot (h + z_0) = -m \cdot g \cdot z_m + \frac{1}{2} \cdot k \cdot (z_0 + z_m)^2 \tag{34}$$

Zur Bestimmung von α muss z_m eliminiert werden. Das gelingt am einfachsten, wenn man Gleichung 31 durch Gleichung 30 dividiert:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \tan\alpha = \frac{k \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{m \cdot g \sqrt{\frac{k}{m}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot k}{m \cdot g}} \tag{35}$$

$$\Rightarrow \quad \alpha = \arctan\sqrt{\frac{2 \cdot h \cdot k}{m \cdot g}} = 76{,}1^\circ \tag{36}$$

c) Die Geschwindigkeitsamplitude oder maximale Geschwindigkeit ist der Funktion

29 zu entnehmen:

$$v_z = -\underbrace{z_m \cdot \omega_0}_{v_{z_m}} \cdot \sin(\omega_0 t + \alpha) \tag{37}$$

$$\Rightarrow \quad v_{z_m} = z_m \cdot \omega_0 = \frac{m \cdot g}{k} \cdot \sqrt{1 + \frac{2 \cdot h \cdot k}{m \cdot g}} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = g \cdot \sqrt{\frac{m}{k} + \frac{2 \cdot h}{g}} = 2{,}04\,\mathrm{m/s} \tag{38}$$

$$= z_m \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = 10{,}2\,\mathrm{cm} \cdot \sqrt{\frac{20{,}0\,\mathrm{N/m}}{50{,}0\,\mathrm{g}}} = 2{,}04\,\mathrm{m/s} \tag{39}$$

Aufgabe 5: *Der Schlitten* (★)

Sie wollen mit einem Schlitten einen Berg runterfahren. Der Berg hat ein Gefälle von 40%. Die Masse von Ihnen zusammen mit dem Schlitten ist 100kg. Die Reibungskoeffizienten von Schnee sind $\mu_H = 0,3$ und $\mu_G = 0,05$

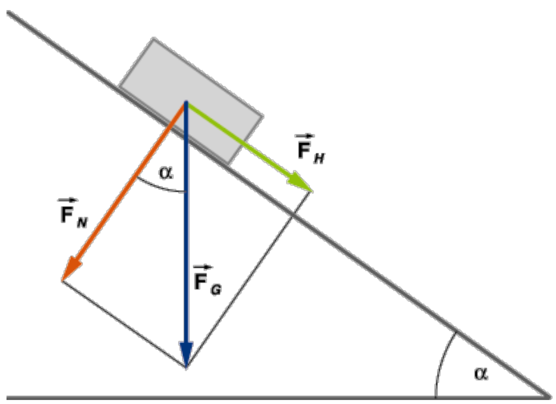


Abbildung 1: Skizze der schiefen Ebene

a) Berechnen Sie aus den 40% den Winkel α! (Ersatzwert: 15°)

b) In welche Kräfte lässt sich die Gewichtskraft hier aufteilen?

c) Welche Kraft muss aufgewendet werden, um sich oben am Berg festzuhalten?

d) Geben Sie die Bewegungsgleichung des Schlittens s(t) an, nachdem er in Bewegung gekommen ist! Nach welcher Zeit ist der Schlitten den 200m langen Hang heruntergefahren?

Lösung:

a) 40% Steigung bedeutet, dass bei 100 Meter Vorwärtsbewegung 40 Höhenmeter zurückgelegt werden. Der Winkel berechnet sich wie folgt

$$\frac{h}{x} = tan(\alpha) \Rightarrow \alpha = arctan\left(\frac{h}{x}\right) = arctan(0,4) = 21,8° \tag{40}$$

b) In die Hangabtriebskraft

$$\vec{F_H} = m \cdot g \cdot sin(\alpha) \tag{41}$$

und die Normalkraft

$$\vec{F_N} = m \cdot g \cdot cos(\alpha) \tag{42}$$

die den Schlitten auf die Piste drückt

c) Die aufzuwendende Kraft muss die Hangabtriebskraft abzüglich der Haftreibung ausgleichen.

$$\begin{aligned} F = F_H - F_R &= mgsin(\alpha) - \mu_H mgcos(\alpha) \\ &= 100 \cdot 9,8 \cdot sin(21,8°) - 0,3cos(21,8°) = -0,03N \end{aligned} \tag{43}$$

Das negative Ergebnis, bedeutet, dass der Schlitten **ohne Kraftaufwendung** stehen bleibt. Mit der Ersatzlösung, kommt man auch auf ein negatives Ergebnis.

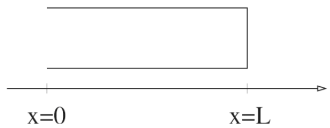
d)

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot [gsin(\alpha) - \mu_G gcos(\alpha)] \cdot t^2 \tag{44}$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{gsin(\alpha) - \mu_G gcos(\alpha)}} = \sqrt{\frac{400}{9,8sin(21,8°) - 0,059,8cos(21,8°)}} s = 11s \tag{45}$$

Hier wirkt nicht mehr die Haft-, sondern die Gleitreibung. (Mit dem Ersatzwinkel, ergeben sich 14s.)

Aufgabe 6: *Orgelpfeife* (★)



Eine Orgelpfeife ist am linken Ende (x = 0) offen und am rechten Ende (x = L, L = 1m) geschlossen.

a) Berechnen Sie die Frequenz f und die Wellenlänge λ für die Grundschwingung und die erste Oberschwingung (Schallgeschwindigkeit $v_{Luft} = 340\text{m/s}$).

b) Aus Versehen fällt Ihnen die Orgelpfeife in ein Gefäß mit Etyhlalkohol. Beim Aufschlag auf dem Gefäßboden können Sie einen Ton bei $f_3 = 1460\,\text{Hz}$ wahrnehmen - dies entspricht der 2. Oberschwingung. Wie groß ist somit die Schallgeschwindigkeit im Alkohol?

Lösung:

a) Am offenen Ende (x = 0) hat der Druck einen Knoten und am geschlossenen Ende (x = L) einen Schwingungsbauch. Die Schallgeschwindigkeit ist $\text{v} = \lambda\text{f} = 340\text{m/s}$. Für die Grundschwingung gilt $\lambda_1 = 4\text{L} = 4\text{m}$, $f_1 = \text{v}/\lambda_1 = 85\text{Hz}$. Für die erste Oberschwingung gilt $\lambda_2 = 4\text{L}/3 = 1,3\text{m}$ und $f_2 = \text{v}/\lambda_2 = 255\text{Hz}$.

b)

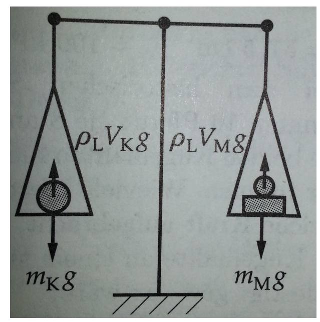
$$f_3 = \frac{v_{Alk}}{\lambda_3} = \frac{v_{Alk}}{\frac{4\cdot L}{2\cdot 2+1}} \qquad \Rightarrow \qquad v_{Alk} = \frac{f_3 \cdot 4 \cdot L}{5} = 1168\,\text{m/s} \;>\; v_{Luft} \tag{46}$$

Aufgabe 7: *Wägekorrektur* (★★)

Eine Kugel mit dem Durchmesser $d_k = 20\,\text{cm}$ wird mit einer Balkenwaage und Messingwägestücken (Dichte $\rho_M = 8{,}7\,\text{g/cm}^3$) gewogen. Es wird dabei die Kugel in Luft (Dichte $\rho_L = 1{,}3 \times 10^{-3}\,\text{g/cm}^3$) die Masse $m_M = 800\,\text{g}$ festgestellt. Der Auftriebsfehler bei der Wägung soll korrigiert werden. Welche Masse m_K hat die Kugel tatsächlich?

Lösung:

Beim Wägen wird die Masse der Kugel durch Vergleich mit Massen der Messingwägestücke bestimmt. Kugel und Messingwägestücke haben unterschiedliche Dichten und mit verschiedene Volumina. Sie erfahren daher in Luft einen ungleichen Auftrieb. Will man eine große Genauigkeit erreichen, dann muss man den Einfluss des Auftriebs berücksichtigen (Korrektur des Auftriebsfehlers). Bei gleich langen Hebelarmen ist die Balkenwaage im Gleichgewicht, wenn gilt



$$m_K \cdot g - \rho_L \cdot V_K \cdot g = m_M \cdot g - \rho_L \cdot V_M \cdot g \tag{47}$$

Die Differenz der beiden Auftriebskräfte ist der Fehler beim Wägen in Luft:

$$m_K = m_M + \rho_L \cdot (V_K - V_M) \tag{48}$$

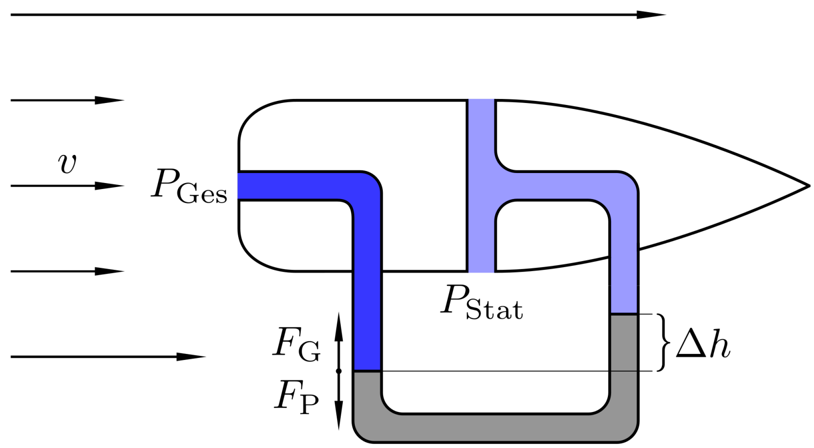
Mit $V_K = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_K^3$ und $V_M = \frac{m_M}{\rho_M}$ folgt weiter

$$m_K = m_M + \rho_L \cdot (\frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d_K^3 - \frac{m_M}{\rho_M}) = 805\,\text{g} \tag{49}$$

Aufgabe 8: *Prandtl'sches Staurohr* (★)

Sie fliegen in einem Flugzeug in der unbekannten Höhe h mit der unbekannten Geschwindigkeit v. Zum Glück haben sie ein Prandtl'sches Staurohr an dem Flugzeug befestigt. Sie messen den Luftdruck in dieser Höhe als statischen Druck $p_S = 251 mbar$ und einen Gesamtdruck von $p_G = 322 mbar$. Die Dichte der Luft auf ihrer Höhe ist $\rho = 0,29 \frac{kg}{m^3}$ Der Luftdruck auf Meereshöhe ist $p_0 = 1013$ mbar Die barometrische Höhenformel ist:

$$p(h) = p_0 exp\left(-\frac{h}{8600m}\right) \tag{50}$$



a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit mit der Sie fliegen!

b) Die berechnete Geschwindigkeit ist die Geschwindigkeit des Flugzeugs relativ zu was?

c) Bestimmen Sie mit Hilfe des statischen Drucks die Höhe des Flugzeugs!

Lösung:

a) Es gilt:

$$p_G = p_S + \frac{1}{2}\rho v^2 \tag{51}$$

Also

$$v = \sqrt{\frac{2(p_G - p_S)}{\rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^2 (322 - 251)}{0,29}} \frac{m}{s} = 221 \frac{m}{s} \tag{52}$$

Das entspricht ca. 800km/h.

b) Es ist die Geschwindigkeit des Flugzeugs relativ zur Luft, in der es fliegt. Mit Rückenwind, kann die Bodengeschwindigkeit zum Beispiel größer sein.

c) Es wird die Gleichung 50 verwendet. Das wird zu

$$h = 8600m \cdot ln\left(\frac{p_0}{p_S}\right) = 8600m \cdot ln\left(\frac{1013}{251}\right) = 12km \tag{53}$$