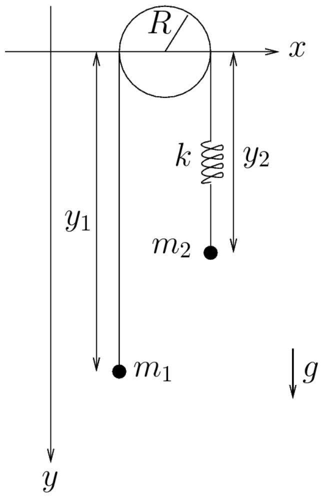


Abbildung 1: Atwoodsche Fallmaschine mit Feder

Probeklausur

1.1 Atwoodsche Fallmaschine

Die Atwoodsche Fallmaschine besteht aus zwei Massen m_1 und m_2 im Schwerefeld der Erde, die über ein Seil der Länge l_0 miteinander verbunden sind, welches reibungsfrei über eine Rolle mit Radius R läuft. Seil und Rolle sind dabei als masselos anzunehmen. In das Seil sei eine zusätzliche Feder mit Federkonstanten k installiert.

(a) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion der Atwoodschen Fallmaschine mit zusätzlicher Feder in den Koordinaten y_1 und y_2.

(b) Überlegen Sie sich neue Koordinaten z_1 und z_2 in denen die Lagrangefunktion in Summanden zerfällt, die nur von z_1 oder z_2 abhängen. Diese Koordinaten sind Linearkombinationen von y_1 und y_2 mit bzw. ohne Koeffizienten m_1 und m_2.

(c) Stellen Sie die Euler-Lagrangegleichungen auf und interpretieren Sie diese physikalisch.

1.2 Fadenpendel mit Feder

Betrachten Sie ein Fadenpendel der Länge d, das in drei Raumrichtungen unter Einfluss der Schwerkraft frei schwingen kann. In das Pendel ist eine Feder mit der Federkonstanten k eingebaut. Die Masse des Pendelkörpers sei m, die Masse des Fadens zu vernachlässigen.

(a) Stellen Sie die Lagrangefunktion in Kugelkoordinaten auf.

(b) Ermitteln Sie die Symmetrien des Systems und die entsprechenden Erhaltungsgrößen.

(c) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.

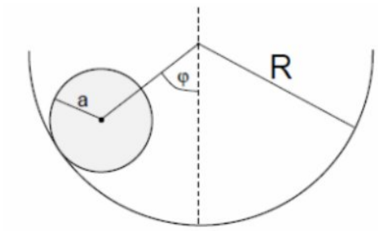
(d) Stellen Sie die Hamiltonfunktion und die Hamiltonschen Bewegunsgleichungen auf.

1.3 Zylinder im Zylinder

Ein homogener Zylinder mit Radius a und Masse M rollt auf der Innenseite eines Festen Zylinders mit Radius R unter Einfluss der Schwerkraft. Geben Sie die Bewegungsgleichung des Zylinders an. Zeigen sie zuerst, dass die Rollbedingung gegeben ist durch:

$$\omega = \dot{\phi}\frac{R-a}{a} \tag{1}$$

Wobei ω die Winkelgechwindigkeit ist, mit der sich der rollende Zylinder dreht.



1.4 Zwei Federn Zwei Massen

a)Berechnen sie ω allgemein für das Folgende System.(Wird an der Tafel Skizziert) Zwei verchieden Massen sind Durch zwei Federn verbunden und mit einer Festen Wand verbunden. Lösen sie die Resultierende Gleichung für ω möglichst weit auf. Tipp: setzen Sie die 2. Masse als $c \cdot M$ an.
b) Es seien für ein System aus zwei Massen folgende Amplitudenvektoren gegeben:

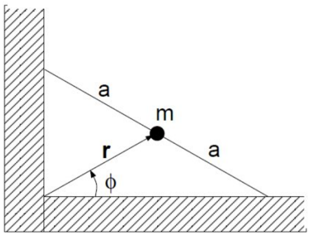
$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -42 \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \tag{3}$$

Erklären Sie was diese bedeuten. Was können Sie über die Absolute Auslenkung der 1. Masse aussagen?

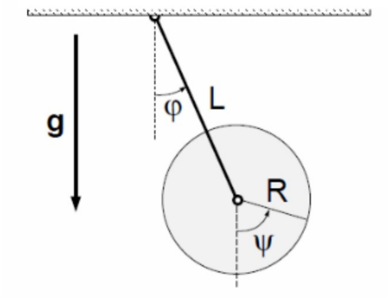
1.5 Stange gleitet Wand hinab

Eine Masse m sei genau in der Mitte einer Masselosen Stange der Länge 2a fest angebracht. Dieses Gebilde lehnt Reibungsfrei an einer Wand und gleitet wegen der Gravitationskraft, die auf m wirkt an ih hinab. Die Stange berührt zu jeder zeit die Wand. Formulieren Sie die Zwangsbedingungen und berechnen Sie die auftretende/n Zwangskraft/kräfte konkret.



1.6 Drehende Scheibe an Pendel

Betrachten Sie ein ebenes Pendel, das aus einer masselosen Stange der Länge L und einer Scheibe der Gesamtmasse M und Radius R besteht, die am Ende der Stange in ihrem Mittelpunkt fixiert ist. Die Stangen erlaubt Schwingungen in der Ebene und die Scheibe kann sich um ihre Symmetrieachse drehen. Berechnen Sie die Bewegungsgleichungen. Berechnen Sie dann mit Hilfe der Klenwinkelnäherung die Frequenz mit der die Scheibe pendelt.



1.7 Sehr Kurze Aufgabe

Bestimmen Sie das Verhältnis des Trägheitstensors eines Halbzylinders mit Radius R und Masse M zu dem eines Vollzylinders Mit gleichem Radius und Gleicher Masse.