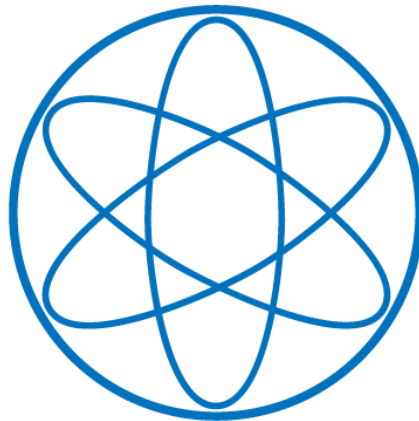


**Ferienkurs**  
**Experimentalphysik 2**

**Probeklausur**



PHYSIK  
DEPARTMENT

## Aufgabe 1: Punktförmige Ladungsverteilung

1. Ein Elektron in der Nähe der Erdoberfläche wird durch ein über ihm befindliches Proton in der Schwebe gehalten, wobei die Gewichtskraft des Elektrons durch die elektrostatische Anziehung des Protons genau kompensiert wird. Wie groß ist der Abstand zwischen Elektron und Proton? Die Protonladung ist  $e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{C}$ , die Elektronenmasse  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$  und die elektrische Feldkonstante ist  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{C/Nm}^2$ .
2. Wie lautet das elektrostatische Feld  $\vec{E}(r)$  einer Ladung  $q$ , die sich am Ort  $\vec{r}_q$  befindet?
3. Gegeben seien vier gleiche Ladungen  $q$ , von denen sich zwei auf der x-Achse bei  $x = \pm a$  und zwei auf der y-Achse bei  $y = \pm a$  befinden. Bestimmen Sie das von diesen Ladungen erzeugte elektrostatische Feld auf der z-Achse.

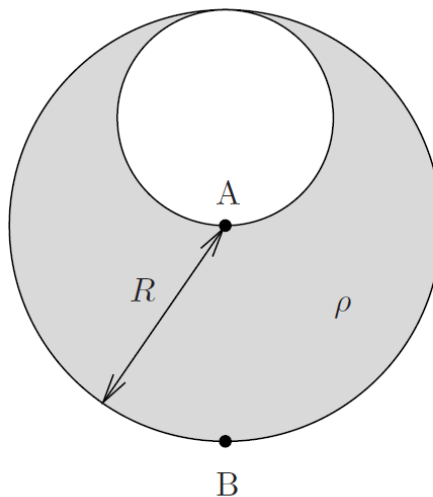
## Aufgabe 2: Kugel mit Hohlraum

Das Feld einer homogenen geladenen Kugel hat die Form:

$$\vec{E}(r) = \begin{cases} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{r} & , \quad r < R \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \vec{r} & , \quad r > R \end{cases} \quad (1)$$

Hierbei ist  $R$  der Radius der Kugel und  $Q$  ihre Ladung. Benutzen Sie dies, um das folgende Problem zu bearbeiten:

Eine Kugel mit Radius  $R$  war positiv geladen mit einer einheitlichen Ladungsdichte  $\rho$ . Dann wurde eine kleinere Kugel mit dem Radius  $R/2$  ausgeschnitten und entfernt (siehe Skizze). Welche Richtung und welchen Betrag hat das Feld in den Punkten A und B?



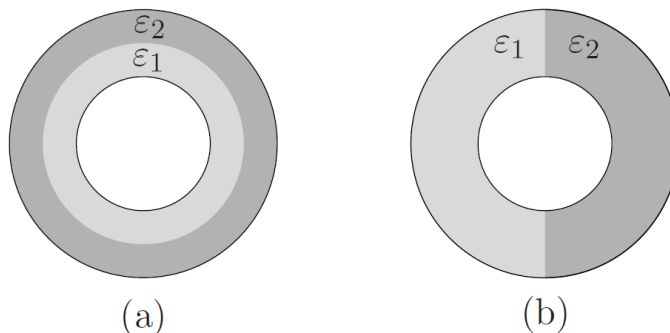
### Aufgabe 3: Kontinuierliche Ladungsverteilung

1. Betrachten Sie die folgende Ladungskonfiguration und berechnen Sie das elektrostatische Feld:  
Eine konstante Flächenladungsdichte  $\sigma$  auf der gesamten  $xy$ -Ebene.
2. Verwenden Sie das Ergebnis ( $\vec{E}(\vec{r}) = \text{sign}(z)\sigma\hat{e}_z/2\epsilon_0$ ) um das Feld zweier unendlicher paralleler Ebenen  $x = \pm a$  mit konstanten und gleichen Flächenladungsdichten  $\sigma$  zu bestimmen. Betrachten Sie durch die beiden Ebenen definierten Teilräume getrennt.

**Hinweis:** Sie können das Integral aus 1. vereinfachen, indem Sie sich überlegen, welche Feldkomponenten aus Symmetriegründen verschwinden müssen. Es gilt  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(a^2+x^2)^{3/2}} = 2/a^2$

### Aufgabe 4: Kugelkondensatoren

An den beiden abgebildeten Kugelkondensatoren liegt zwischen der inneren und der äußeren Metallkugel die Spannung  $U$  an. Dabei stellen die schattierten Bereiche Dielektrika dar. Berechnen sie für (a) und (b) die Kapazität und die Flächenladungsdichte auf der äußeren und der inneren Kugel. Nehmen Sie an, dass die Felder in beiden Fällen rein radial ausgerichtet sind. (Sie können davon ausgehen, dass sich die Kapazität eines Kondensators durch das Ausfüllen mit einem Dielektrikum der Dielektrizitätszahl  $\epsilon$  um den Faktor  $\epsilon$  erhöht.)



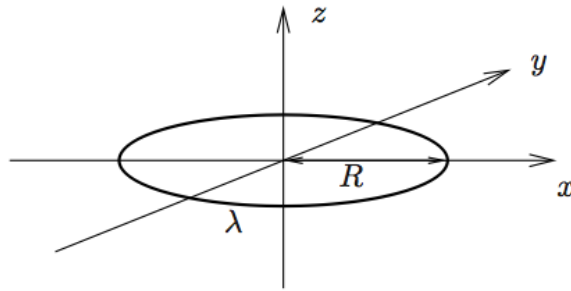
### Aufgabe 5: Toroid

Aus Al ( $\chi = 2 \cdot 10^{-5}$ ) wird ein Toroid mittleren Umfangs von  $l = 20\text{cm}$  hergestellt und mit  $N = 250$  Drahtwicklungen gleichmäßig umwickelt. Wenn durch den Draht ein Strom von  $I = 10\text{A}$  fließt:

1. Wie groß ist die Magnetisierung  $M$  des Aluminiums?
2. Wie hoch ist die magnetische Flußdichte im Aluminium?
3. Welcher Strom müsste fließen, damit in der leeren Spule die gleiche magnetische Induktion herrscht im wie Aluminium (wenn Strom fließt)?

## Aufgabe 6: Potential einer geladenen Kreislinie

Eine homogene positive Linienladungsdichte  $\lambda$  ist in der  $xy$ -Ebene in Form einer Kreislinie mit dem Radius  $R$  angeordnet (Skizze).



1. Rechnen Sie nach, dass das Potential für beliebige Punkte auf der  $z$ -Achse durch  $\phi(z) = \frac{\lambda R}{2\epsilon_0 \sqrt{z^2 + R^2}}$  gegeben ist. Stellen Sie  $\phi(z)$  graphisch dar und beschreiben Sie die Kraft, die auf eine entlang der  $z$ -Achse frei bewegliche Testladung in Abhängigkeit von ihrer Position wirkt.
2. Zeigen Sie, dass  $\phi(z)$  für sehr große  $z$  so aussieht wie das Potential einer geeigneten Punktladung im Ursprung, und berechnen Sie für etwas kleinere  $z$  den ersten Korrekturterm zum Punktladungspotential.
3. Angenommen, Sie wissen, dass sei eine in der  $xy$ -Ebene befindliche homogene geladene Kreislinie mit Zentrum im Ursprung und unbekanntem  $\lambda$  und  $R$  vor sich haben und vermessen das Potential entlang der positiven  $z$ -Achse in großem Abstand vom Ursprung. Ihre Messgenauigkeit sei zunächst nicht groß genug, um den Potentialverlauf vom Verlauf eines Punktpotentials unterscheiden zu können. Können Sie die Gesamtladung und / oder den Radius der Kreislinie anhand der Messwerte bestimmen?
4. Nun seien Sie bei der Vermessung des Potentials dem Ursprung so nahe gekommen, dass Sie leichte Abweichungen vom  $\frac{1}{z}$ -Verhalten registrieren. Können Sie nun die Gesamtladung und / oder den Radius der Kreislinie bestimmen?

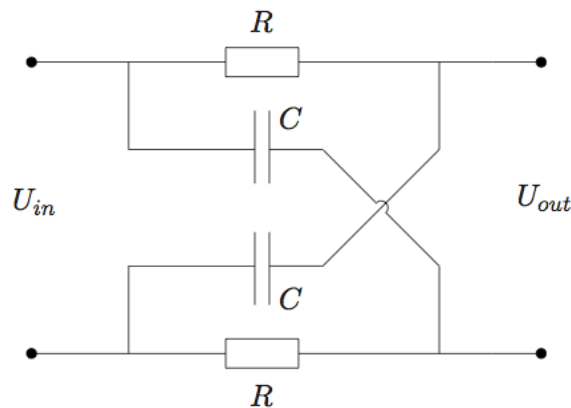
## Aufgabe 7: Magnetisierbarer Halbraum

In einem kartesischen Koordinatensystem ist der Halbraum  $z < 0$  mit einem magnetisierbaren Material der Permeabilitätszahl  $\mu_r$  gefüllt, der Halbraum  $z > 0$  ist leer. Auf der Oberfläche des magnetisierbaren Materials verläuft entlang der  $y$ -Achse ein unendlich langer gerader Draht mit vernachlässigbarem Querschnitt, durch den ein konstanter Strom der Stärke  $I$  in positive  $y$ -Richtung fließt. Bestimmen Sie  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{M}$  im Leerraum und im magnetisierbaren Material.

**Hinweis:** Nehmen Sie an, dass  $\vec{H}$ ,  $\vec{B}$  und  $\vec{M}$  die Form  $\vec{H}(\vec{r}) = H_a(r)\vec{e}_\varphi$  im Außenraum bzw.  $\vec{H}(\vec{r}) = H_i(r)\vec{e}_\varphi$  im Innenraum haben etc., wobei  $r$  der Abstand zum Draht und  $\varphi$  der Winkel um die  $y$ -Achse ist.

## Aufgabe 8: Allpass-Filter

In der folgenden Abbildung ist ein sog. Allpass-Filter dargestellt:



1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion  $H(\omega) = \frac{\hat{U}_{out}}{\hat{U}_{in}}$ .  
**Hinweis:** Durch genaues Hinsehen erkennt man, dass die Schaltung auch in einer etwas einfacheren Form gezeichnet werden kann. Verwenden Sie den komplexen Ansatz  $U_{in}(t) = \hat{U}_{in} e^{i\omega t}$  und rechnen Sie mit komplexen Widerständen, um die komplexen Amplituden  $\hat{I}_1$  und  $\hat{I}_2$  der Ströme  $I_1(t) = \hat{I}_1 e^{i\omega t}$  und  $I_2(t) = \hat{I}_2 e^{i\omega t}$  und daraus  $\hat{U}_{out}$  zu bestimmen. Das Endergebnis lautet:  $H(\omega) = \frac{1-i\omega RC}{1+i\omega RC}$ .
2. Wie groß sind der Verstärkungsfaktor und die Phasenverschiebung als Funktionen von  $\omega$ ? Warum heißt die Schaltung "Allpass-Filter"?

## Aufgabe 9: Lorentz-Transformation

Zwei Raumschiffe  $R_1$  und  $R_2$  starten zur Erdzeit  $t = 0$  für eine Forschungsmission in Richtung des Sternbildes Cygnus (Schwan). Mit der Erdstation sei das System  $S(t, x)$ , mit dem Raumschiff  $R_1$  das System  $S'(t', x')$  und mit dem Raumschiff  $R_2$  das System  $S''(t'', x'')$  fest verbunden. Bezogen auf die Erdstation hat das Raumschiff  $R_1$  die Geschwindigkeit  $0,6c$  und das Raumschiff  $R_2$  die Geschwindigkeit  $0,8c$ . Die Borduhren sowie die Missionsuhr auf der Erdstation wurden beim Start synchronisiert und die Systeme  $S, S'$  und  $S''$  seien gleich orientiert.

1. Zeichnen Sie ein Minkowski-Diagramm für das  $S$ -System und tragen Sie die Weltlinien der Raumschiffe  $R_1$  und  $R_2$  ein. Für das Diagramm, DinA4 - Querformat,  
 $t$ -Achse:  $1\text{cm} \hat{=} 1\text{h}$ ,  $0 < t < 15\text{h}$ ,  
 $x$ -Achse:  $1\text{m} \hat{=} 1\text{Lichtstunde (Lh)}$ ,  $0 \leq x \leq 12\text{Lh}$ .  
Das Diagramm wird im Laufe der Aufgabe weiter vervollständigt.
2. Bestimmen Sie die Geschwindigkeit des Raumschiffes  $R_2$  im System des Raumschiffes  $R_1$ .

3. Zum Zeitpunkt  $t_1 = 1h$  wird zur Kontrolle an die Raumschiffe ein Lichtspruch gesandt. Der Lichtspruch wird vom Raumschiff  $R_2$  zum Zeitpunkt  $t_2''$  (Ereignis P) sofort beantwortet und zur Erdstation zurückgesandt und trifft dort zum Zeitpunkt  $t_3$ .  
Tragen Sie das Ereignis P in das Minkowski-Diagramm auf Teilaufgabe 1. ein. Berechnen Sie sodann die Zeit  $t_3$ .  
[Teilergebnis:  $t_3 = \frac{c+v_2}{c-v_2} t_1$ ]
4. Nach  $t'_p = 10$  Stunden Flugzeit registriert das Raumschiff  $R_1$  (Ereignis Q) gleichzeitig zwei Sternexplosionen  $E_1(t'_Q, x_{E_1})$  und  $E_2(t'_Q, x_{E_2})$ . Der räumliche Abstand  $|x_{E_2} - x_{E_1}|$  der beiden Explosionen wird zu  $\frac{8}{5}$  Lichtstunden bestimmt. Die Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  liegen symmetrisch zur halben bis  $t'_Q$  von  $R_1$  zurückgelegten Flugstrecke. Das Raumschiff meldet das Ereignis Q sofort per Lichtspruch an das Raumschiff  $R_2$  und die Erdstation. Auf der Erde trifft die Nachricht zum Zeitpunkt  $t_4$  und auf  $R_2$  zum Zeitpunkt  $t_4''$  ein.  
Tragen Sie das Ereignis Q in das Minkowski-Diagramm aus Teilaufgabe 1. ein. Berechnen Sie sodann die Zeitpunkte  $t_4$  und  $t_4''$ . Verwenden Sie Ihre Ergebnisse aus den Teilaufgaben 1 und 3.
5. Berechnen Sie die räumlichen Koordinaten  $x_{E_1}$  und  $x_{E_2}$  der Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  im System S. Tragen Sie sodann die Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  in das Diagramm aus Teilaufgabe 1. ein. Erläutern Sie kurz, welche Bedeutung die Linie hat, auf welcher die Ereignisse Q,  $E_1$  und  $E_2$  liegen.
6. Zeigen Sie anhand Ihrer bisherigen Ergebnisse, dass für das Raumschiff  $R_1$  die Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  zwar gleichzeitig stattfinden, die Erdstation aber die beiden Ereignisse im Abstand von 2 Stunden registriert.