Ferienkurs
Experimentalphysik 2

Sommer 2014

Übung 4 - Lösung

PHYSIK
DEPARTMENT

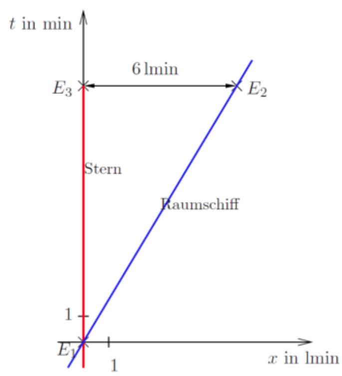
1 Raumschiff

Ein Raumschiff fliegt mit 60% der Lichtgeschwindigkeit an einem Stern vorbei, der sich anschickt als Supernova zu explodieren. Nachdem das Raumschiff den Stern passiert und sich (vom Inertialsystem des Sterns betrachtet) 6 Lichtminuten von ihm entfernt hat, bricht die Supernova aus.

1. Zeichnen und beschriften Sie ein Minkowski-Diagramm, das die Situation bezüglich des Inertialsystems des Sterns darstellt. Im Nullpunkt des Diagrams soll sich dabei das Ereignis ”Das Raumschiff passiert den Stern” befinden.
2. Welche Koordinaten hat der Supernovaausbruch im Inertialsystem des Sterns?
3. Berechnen Sie mit Hilfe der Lorentz-Transformation, welche Zeit auf der Raumschiffsuhr zwischen dem Vorbeiflug am Stern und dessen Explosion verstreicht.
4. In welcher Entfernung ereignet sich die Supernova vom Raumschiff aus betrachtet?

Lösung:

1.
   - E_1: ”Das Raumschiff passiert den Stern”
   - E_2: ”Das Raumschiff ist (im Inertialsystem des Sterns) 6 lmin vom Stern entfernt”
   - E_3: ”Die Supernova bricht aus”



2. Die Ortskoordinate von E_3 im Inertialsystem des Sterns ist:

$$x_3 = 0 \tag{1}$$

E_3 ist laut Angabe im Inertialsystem des Sterns gleichzeitig mit E_2. Da sich das Raumschiff mit $v = 0,6c$ bewegt, ist die Zeitkoordinate von E_2:

$$t_2 = \frac{x_2}{v} = \frac{6lmin}{0,6c} = 10min \tag{2}$$

also:

$$t_3 = 10min \tag{3}$$

3. Gefragt ist nach der Zeitkoordinate von E_3 bezüglich dem bewegten System des Raumschiffs. Die Lorentz-Transformation:

$$t'_3 = \gamma\left(t_3 - \frac{v}{c^2}x_3\right) \tag{4}$$

liefert mit den Koordinaten aus 2:

$$t'_3 = 1,25 \cdot (10min - 0) = 12,5min \tag{5}$$

4. Gefragt ist nach der Ortskoordinate von E_3 bezüglich des bewegten Systems des Raumschiffs. Die Lorentz-Transformation:

$$x'_3 = \gamma(x_3 - vt_3) = \gamma\left(x_3 - \frac{v}{c}ct_3\right) \tag{6}$$

liefert mit den Koordianten aus 2:

$$x'_3 = 1,25 \cdot (0 - 0,6 \cdot 10lmin) = -7,5min \tag{7}$$

Die Entfernung ist also $|x'_3|$ = 7,5 lmin.

2 Relativistische Kinematik

In einem Raumschiff, dass sich mit $\frac{5}{13}c$ von der Erde weg bewegt werden verschieden Experimente durchgeführt. In einem ersten Experiment wird der Zerfall eines π^+ - Mesons untersucht. Das π^+ - Meson zerfällt innerhalb von $2,5 \cdot 10^{-8}s$ in ein μ^+ - Meson und ein Neutrino. Die kinetische Energie des π^+ - Mesons sei gleich $\frac{2}{3}$ seiner Ruheenergie.

1. Geben Sie die Geschwindigkeit des π^+ - Mesongs bezüglich des Raumschiffs an.

2. Berechnen Sie sodann die Strecke, welche das Meson im Raumschiff zurücklegt, bevor es zerfällt.

In einem zweiten Experiment werden in einem elektrischen Feld Elektronen, Ruheenergie $E_0 = 511keV$, aus der Ruhe auf $v'_2 = \frac{5}{13}c$ relativ zum Raumschiff entgegen der Flugrichtung beschleunigt. Berechnen Sie die Spannung, welche zum Beschleunigen der Elektronen notwendig ist.

Lösung:

1. Relativistische Energie $E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \gamma E_0$, die kinetische Energie ist:

$$E_{kin} = E - E_0 \Rightarrow E = E_{kin} + E_0 = (\gamma + 1)E_0 = \left(\frac{2}{3} + 1\right)E_0 = \frac{5}{3}E_0 \tag{8}$$

   d.h. $\gamma = \frac{5}{3}$. Berechnung von v aus γ:

$$\gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2} \Rightarrow 1 - \beta^2 = \frac{1}{\gamma^2} \Rightarrow \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \tag{9}$$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5} = \frac{v(\pi^+)}{c} \Rightarrow v(\pi^+) = \frac{4}{5}c \tag{10}$$

2. Im Eigensystem des Mesons hat es eine Lebenszeit von $T = 2,5 \cdot 10^{-8}s$, nach Teilaufgabe 1. bewegt es sich mit $v(\pi^+) = \frac{4}{5}c$ d.h. Lorentz-Transformation:

$$ct' = \gamma(ct - \beta x) \tag{11}$$

$$x' = \gamma(x - \beta ct) \overset{x'=0}{\Rightarrow} x = \beta ct \tag{12}$$

$$ct' = \gamma(ct - \beta^2 ct) = \gamma ct(1-\beta^2) = \frac{ct}{\gamma} \Rightarrow T_R = \gamma T \tag{13}$$

   Flugstrecke im Raumschiff:

$$x_r = v(\pi^+) \cdot T_R = v(\pi^+)\gamma T \tag{14}$$

$$x_R = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \cdot \frac{5}{2} \cdot 10^{-8}s \Rightarrow x_R = 10m \tag{15}$$

3. kinetische Energie: $E_{kin} = e \cdot U$, und relativistisch:

$$E_{kin} = E - E_0 \overset{2a}{=} \gamma E_0 - E_0 = (\gamma - 1)E_0 \tag{16}$$

$$\Rightarrow eU = (1-\gamma)E_0 \Rightarrow U = \frac{1-\gamma}{e}E_0 \tag{17}$$

   Berechnung von γ,

$$(y_2')^{-1} = \sqrt{1 - \frac{25}{169}} = \sqrt{\frac{144}{169}} \Rightarrow \gamma_2' = \frac{13}{12} \tag{18}$$

$$U = \frac{511keV}{e}\left(\frac{13}{12} -\right) = 511kV \cdot \frac{1}{12} \Rightarrow U = 43kV \tag{19}$$

3 Sender der Mondlandefähre

Der Sendepol einer Mondlandefähre erzeugt elektromagnetische Wellen, deren maximale elektrische Feldstärke im Abstand $r_1 = 500m$ senkrecht zur Dipolachse $E_1 = 0,4V/m$ beträgt.

1. Für die elektrische und magnetische Energiedichte gilt in diesem Fall:

$$u_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2\mu_0}B^2 = u_B \tag{20}$$

   Was folgt daraus für das Verhältnis E/B, und wie groß ist die maximale magnetische Feldstärke B_1 im Abstand r_1 senkrecht zur Dipolachse?

2. Wie groß ist die gesamte maximale Energiedichte $u = u_E + u_B$ in einem Abstand r_2 unter einem Winkel θ zur Dipolachse, ausgedrückt durch E_1 und r_1, und was ist ihr zeitlicher Mittelwert? Wie groß ist dort die mittlere Strahlungsintensität?

3. Welche Werte haben die mittleren Strahlungsintensitäten senkrecht zur Dipolachse im Abstand r_1 und auf der Erde ($r_1 = 384000km$) ? Welche mittleren Intensitäten erhält man unter einem Winkel von 45° zur Dipolachse?

4. Der Empfänger auf der Erde benötigt als Mindesfeldstärle $0,5\mu V/m$. Kann er die Signale vom Mond senkrecht zur Dipolachse bzw. unter 45° empfangen?

Lösung:

1. Aus der Gleichheit der elektrischen und magentischen Energiedichte folgt:

$$\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0}B^2 \tag{21}$$

   also:

$$\frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c \tag{22}$$

   Die magnetische Feldstärke am Ort 1 ist also:

$$B_1 = \frac{E_1}{c} = \frac{0,4V/m}{299792458m/s} = 1,33nT \tag{23}$$

2. Die Abstrahlcharakteristiki des Dipols lautet:

$$S \sin sin^2(\theta) \tag{24}$$

   Da die Energiedichte u proportional zur Strahlungsintensität S ist:

$$S = cu \tag{25}$$

gilt dieselbe Richtungscharakteristik auch für die Energiedichte.
Da außerdem die Intensität mit dem Quadrat der Entfernung abnimmt, tut dies auch die Energiedichte. Zusammengenommen ergibt sich für die Energiedichte am Ort 2 in Abhängigkeit von der Energiedichte am Ort 1:

$$u_{max}(r_2, \theta) = sin^2(\theta) \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 u_{max}(r_1, 90°) \tag{26}$$

bzw. ausgedrückt durch E_1:

$$u_{max}(r_2, \theta) = sin^2(\theta) \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \varepsilon_0 E_1^2 \tag{27}$$

Der Zeitmittelwert der Energiedichte an einem festgehaltenen Ort bestimmt sich aus Mittelung der zeitabhängigen Gleichung:

$$u(t) = u_{max} sin^2(\omega t - kr) \tag{28}$$

die wiederum aus:

$$E(t) = E_{max} sin(\omega t - kr) \tag{29}$$

folgt. Also:

$$\bar{u} = u_{max} \frac{1}{T} \int_0^T dt sin^2(\omega t - kr) \tag{30}$$

Das Integral wird mit der Substitution:

$$\omega t - kr = \tau \quad , \quad dt = \frac{1}{\omega} d\tau \tag{31}$$

zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T dt sin^2(\omega t - kr) &= \frac{1}{\omega T} \int_{-kr}^{\omega T - kr} d\tau sin^2(\tau) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-kr}^{2\pi - kr} d\tau sin^2(\tau) \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[\frac{\tau}{2} - \frac{1}{2} cos(\tau) sin(\tau)\right]_{-kr}^{2\pi - kr} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned} \tag{32}$$

Also:

$$\bar{u} = \frac{1}{2}u_{max} \tag{33}$$

und spezielle am Ort 2:

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{2}u_{max,2} = \frac{1}{2}sin^2(\theta)\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 u_{max,1} \tag{34}$$

bzw. ausgedrückt durch E_1:

$$\bar{u}_2 = \frac{1}{2}sin^2(\theta)\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \varepsilon_0 E_1^2 \tag{35}$$

Die mittlere Strahlungsintensität ergibt sich genauso aus der maximalen Strahlungsintensität zu:

$$\bar{S} = \frac{1}{2}S_{max} = \frac{1}{2}cu_{max} \tag{36}$$

Also am Ort 2:

$$\bar{S} = \frac{1}{2}cu_{max,2} = \frac{1}{2}csin^2(\theta)\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 u_{max,1} = \frac{1}{2}csin^2(\theta)\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \varepsilon_0 E_1^2 \tag{37}$$

3.
$$\bar{S}(r_1, 90°) = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_1^2 = 0,21 \cdot 10^3 W/m^2 \tag{38}$$

$$\bar{S}(r_2, 90°)\frac{1}{2}c\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \varepsilon_0 E_1^2 = 3,60 \cdot 10^{-16} W/m^2 \tag{39}$$

$$\bar{S}(r_1, 45°) = \frac{1}{2}csin^2(45°)\varepsilon_0 E_1^2 = 0,105 \cdot 10^{-3} W/m^2 \tag{40}$$

$$\bar{S}(r_2, 45°) = \frac{1}{2}csin^2(45°)\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \varepsilon_0 E_1^2 = 1,80 \cdot 10^{-16} W/m^2 \tag{41}$$

4. Wegen der invers-quadratischen Abnahme der Strahlungsintensität nimmt die Feldstärke invers-linear mit der Entfernung ab, also:

$$E_2 = \frac{r_1}{r_2}E_1 \tag{42}$$

Damit folgt:

$$E_2(90°) = \frac{r_1}{r_2}E_1(90°) = 0,521\mu V/m \tag{43}$$

$$E_2(45°) = \frac{r_1}{r_2}sin(45°)E_1(90°) = 0,368\mu V/m \tag{44}$$

Also ist senkrecht zur Dipolachse Empfang möglich, im Winkel von 45° nicht.

4 Sphärische Welle

In Kugelkoordinaten stellt die sphärische Welle:

$$\vec{E}(t,\vec{r}) = \frac{\alpha}{r} sin(\vartheta) cos(\omega t - kr)\vec{e}_\vartheta \quad , \quad \vec{B}(t,\vec{r}) = \frac{\beta}{r} sin(\vartheta) cos(\omega t - kr)\vec{e}_\varphi \tag{45}$$

mit $\alpha = \beta c$ das Fernfeld eines Hertzschen Dipols dar. Berechnen Sie die mittlere Leistung, die von diesem Dipol durch die Halbsphäre $0 \leq \vartheta \leq \frac{\pi}{2}, r = 1km$ abgestrahlt wird, wenn α den Wert 100 V hat.

Hinweis: Die elektrische Feldkonstante ist $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} C^2/Jm$. Außerdem: $\int\limits_0^{\pi/2} d\vartheta sin^3\vartheta = \frac{2}{3}$. Wenn Sie das zeitliche Mittel von $cos^2(\omega t + \varphi)$ kennen, brauchen Sie es nicht auszurechnen.

Lösung:

Die momentane Strahlungsintensität (Einheit W/m^2) an einem bestimmten Ort ist durch den Poynting-Vektor:

$$\vec{S} = \varepsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B} \tag{46}$$

gegeben. Im vorliegenden Fall sieht er konkret so aus:

$$\vec{S}(t,\vec{r}) = \varepsilon_0 c^2 \frac{\alpha\beta}{r^2} sin^2(\vartheta)(\omega t - kr)\vec{e}_r = \varepsilon_0 c \frac{\alpha^2}{r^2} sin^2(\vartheta) cos^2(\omega t - kr)\vec{e}_r \tag{47}$$

Er zeigt also stets in radialer Richtung vom Ursprung (= Ort des Dipols) weg und sein Betrag oszilliert zwischen 0 und dem ortsabhängigen Maximalwert $\varepsilon_0 c \frac{\alpha^2}{r^2} sin^(\vartheta)$. Die momentane Strahlungsleistung (= Energiefluss, Einheit W) durch die Halbsphäre ist das Oberflächenintegral:

$$P = \int\limits_{HS} d\vec{A} \cdot \vec{S} = \int\limits_0^{\pi/2} d\vartheta \int\limits_0^{2\pi} d\varphi r^2 sin(\varphi)\vec{e}_r \cdot \vec{S} \tag{48}$$

(Da die Strahlungsintensität wegen dem Faktor $sin^2(\vartheta)$ nicht auf der Halbsphäre konstant is, kann man nicht einfach den Betrag von $\vec{S}$ mit der Fläche $2\pi r^2$ der Halbsphäre multiplizieren, sondern muss das Integral berechnen). Also:

$$P(t) = 2\pi\varepsilon_0 c\alpha^2 cos^2(\omega t - kr) \int\limits_0^{\pi/2} d\vartheta sin^3(\vartheta) = \frac{4\pi}{3} \varepsilon_0 c\alpha^2 cos^2(\omega t - kr) \tag{49}$$

Dies ist die momentane Strahlungsleistung zur Zeit t durch die Halbsphäre mit Radius r. Das zeitliche Mittel davon ist:

$$\bar{P} = \frac{1}{T}\int_0^T dtP(t) \tag{50}$$

also im Wesentlichen durch das Zeitmittel des cos^2 - Terms gegeben. Dieses hat bekanntermaßen den Wert $\frac{1}{2}$. Also:

$$\bar{P} = \frac{2\pi}{3}\varepsilon_0 c\alpha^2 \tag{51}$$

unabhängig von r. Als Zahlenwert ergibt sich mit $\alpha = 100V$:

$$\bar{P} = 55,5W \tag{52}$$

5 Verallgemeinerte Wellengleichung

1. Leiten Sie aus den Maxwell-Gleichungen die verallgemeinerte Wellengleichung:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\ddot{\vec{E}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 c^2}\dot{\vec{E}} \tag{53}$$

   her, die die Ausbreitung des E - Feldes in einem Medium mit Leitfähigkeit $\sigma > 0$ und Ladungsdichte $\rho = 0$ beschreibt. **Hinweis:** In einem solchen Medium gilt zwischen Stromdichte und E - Feld der Zusammenhang $\vec{j} = \sigma\vec{E}$. ε und μ seien 1.

2. Lösen Sie die verallgemeinerte Wellenzahl k komplex. Bestimmen Sie den Realteil und den Imaginärteil von k.

3. Betrachten Sie eine elektromagnetische Welle der Frequenz $\nu = 100MHz$ in Kupfer (Leitfähigkeit $\sigma = 58MS/m$). Berechnen Sie, wie weit die Welle kommt, bevor ihre Feldstärle auf ein e - tel ihres Anfangswertes gesunken ist.

Lösung:

1. Die Maxwell-Gleichungen lauten:

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho \tag{54}$$

$$\nabla \times \vec{B} - \frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}} = \mu_0\vec{j} \tag{55}$$

$$\nabla \times \vec{E} + \dot{\vec{B}} = 0 \tag{56}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{57}$$

Nun sollen gelten $\rho = 0$ und $\vec{j} = \sigma\vec{E}$. Dann ergibt die Rotationsbildung der dritten Gleichung unter Verwendung der zweiten Gleichung:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\nabla \times \dot{\vec{B}} = -(\nabla \times \vec{B}) = -(\mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2}\dot{\vec{E}}) - \mu_0\sigma\dot{\vec{E}} - \frac{1}{c^2}\ddot{\vec{E}} \tag{58}$$

Mit der Identität:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\Delta\vec{E} - \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) \tag{59}$$

folgt daraus:

$$-\Delta\vec{E} + \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) = -\mu_0\sigma\dot{\vec{E}} - \frac{1}{c^2}\ddot{\vec{E}} \tag{60}$$

und da wegen $\rho = 0$ die Divergenz von $\vec{E}$ verschwindet, ergibt sich:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\ddot{\vec{E}} = \mu_0\sigma\dot{\vec{E}} \tag{61}$$

bzw. wegen:

$$\varepsilon_0\mu_0\frac{1}{c^2} \tag{62}$$

schließlich:

$$\Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\ddot{\vec{E}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 c^2}\dot{\vec{E}} \tag{63}$$

2. Der Ansatz:

$$\vec{E}(t, \vec{r}) = E_0\vec{e}_z e^{i(\omega t - kx)} \tag{64}$$

führt auf:

$$\dot{\vec{E}} = i\omega E_0\vec{e}_z e^{i(\omega t - kx)} \tag{65}$$

$$\ddot{\vec{E}} = -\omega^2 E_0\vec{e}_z e^{i(\omega t - kx)} \tag{66}$$

$$\Delta\vec{E} = -k^2 E_0\vec{e}_z e^{i(\omega t - kx)} \tag{67}$$

Eingesetzt in die Wellengleichung aus 1. ergibt sich die "Dispersionsrelation":

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - i\frac{\sigma\omega}{\varepsilon_0 c^2} \tag{68}$$

Wegen:

$$k = k_r + ik_i \quad \rightarrow \quad k^2 = k_r^2 - k_i^2 + 2ik_r k_i \tag{69}$$

folgt für k_r und k_i das nichtlineare Gleichungssystem:

$$k_r^2 - k_i^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \tag{70}$$

$$k_r k_i = -\frac{\sigma\omega}{2\varepsilon_0 c^2} \tag{71}$$

Durch Elimination von k_i mithilfe der zweiten Gleichung erhält man eine quadratische Gleichung für k_r^2:

$$k_r^4 - \frac{\omega^2}{c^2} k_r^2 - \frac{\sigma^2\omega^2}{4\varepsilon_0^2 c^4} = 0 \tag{72}$$

mit der Lösung:

$$k_r^2 = \frac{\omega^2}{2c^2} + \sqrt{\frac{\omega^4}{4c^4} + \frac{\sigma^2\omega^2}{4\varepsilon_0 c^4}} \tag{73}$$

(Die zweite Lösung mit dem negativen Vorzeichen vor der Wurzel kommt nicht in Betracht, da diese auf einen negativen Wert für k_r^2 führen würde.) Für k_i^2 folgt daraus:

$$k_i^2 = -\frac{\omega^2}{2c^2} + \sqrt{\frac{\omega^4}{4c^4} + \frac{\sigma^2\omega^2}{4\varepsilon_0^2 c^4}} \tag{74}$$

Dann sind die Beträge von k_r und k_i festgelegt:

$$|k_r| = \sqrt{\frac{\omega^2}{2c^2} + \sqrt{\frac{\omega^4}{4c^4} + \frac{\sigma^2\omega^2}{4\varepsilon_0^2 c^4}}} \tag{75}$$

bzw:

$$|k_i| = \sqrt{-\frac{\omega^2}{2c^2} + \sqrt{\frac{\omega^4}{2c^4} + \frac{\sigma^2\omega^2}{4\varepsilon_0^2 c^4}}} \tag{76}$$

Über die Vorzeichen kann man keine Aussage machen, nur das relative Vorzeichen von k_r und k_i ist durch:

$$k_r k_i = -\frac{\sigma\omega}{2\varepsilon_0 c^2} \tag{77}$$

festgelegt: Es muss negativ sein. Physikalisch ist das anschaulich, wenn man sich die Gesamtlösung für die Welle anschaut:

$$\vec{E}(t,\vec{r}) = E_0 \vec{e}_z e^{i(\omega t - (k_r + ik_i)x)} = E_0 \vec{e}_z e^{i(\omega t - k_r x)} e^{k_i x} \tag{78}$$

Das Vorzeichen von k_r beschreibt die Ausbreitungsrichtung der Welle, entweder in positive oder in negative x - Richtung und ist daher frei wählbar. Das Vorzeichen von k_i

beschreibt offenbar ein exponentielle Anwachsen oder Abklingen der Welle während sie sich ausbreitet. Realistisch ist aber nur ein Abklingen in Ausbreitungsrichtung, verursacht durch den Energieverlust durch Erzeugung von Joulescher Wärme im leitfähigen Medium. Also muss das Vorzeichen von k_i negativ sein, wenn das Vorzeichen von k_r positiv ist, die Welle sich also in positive x - Richtung ausbreitet, und umgekehrt.

3. Das Abklingen wird durch den Exponentialfaktor:

$$e^{k_i x} = e^{-i|k_i|x} \tag{79}$$

(für Ausbreitung in positive x - Richtung) beschrieben. Die Abklinglänge L ist also der Kehrwert von $|k_i|$:

$$\frac{1}{L} = |k_i| = \sqrt{-\frac{\omega^2}{2c^2} + \sqrt{\frac{\omega^4}{4c^4} + \frac{\sigma^2\omega^2}{4\varepsilon_0 c^4}}} \tag{80}$$

Einsetzen der gegebenen Welle für Frequenz und Leitfähigkeit ergibt:

$$|k_i| = 1,51 \cdot 10^5 m^{-1} \tag{81}$$

also:

$$L = 6,61 \mu m \tag{82}$$

6 Polarisation

Beschreiben Sie die Art der Polarisation für die ebenen elektromagnetischen Wellen, die durch die folgenden Gleichungen für das E - Feld beschrieben werden:

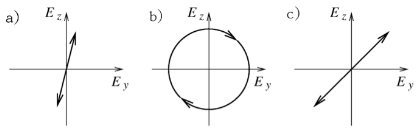
1. $E_y = E_0 sin(kx - \omega t) \quad , \quad E_z = 4E_0 sin(kx - \omega t)$
2. $E_y = -E_0 cos(kx + \omega t) \quad , \quad E_z = E_0 sin(kx + \omega t)$
3. $E_y = 2E_0 cos(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}) \quad , \quad E_z = -2E_0 sin(kx - \omega t)$

Lösung:

Für $x = 0$ ist die Art der Polarisation leicht zu erkennen:

1. $E_y = -E_0 sin(\omega t) \quad , \quad E_z = -4E_0 sin(\omega t)$
2. $E_y = -E_0 cos(\omega t) \quad , \quad E_z = E_0 sin(\omega t)$
3. $E_y = 2E_0 sin(\omega t) \quad , \quad E_z = 2E_0 sin(\omega t)$

Dann kann das $\vec{E}$ - Feld als eine Funktion der Zeit skizziert werden und die Polarisation einfach abgelesen werden:



1. linear
2. zirkular
3. linear