Hinweise und Lösungen

24. März 2014

Übungen Ferienkurs Experimentalphysik III **Blatt 1**

A# 1:

a)

$$\begin{aligned}
& \mathcal{R}e\left[a\exp\left(i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)\right]+\mathcal{R}e\left[b\exp\left(i(k_b z-\omega_b t-\phi_b)\right)\right]\\
= & \frac{a}{2}\left[\exp\left(i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)+\exp\left(-i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)\right]+..\\
& +\frac{b}{2}\left[\exp\left(i(k_b z-\omega_b t-\phi_b)\right)+\exp\left(-i(k_b z-\omega_b t-\phi_b)\right)\right]\\
= & \frac{1}{2}\left[a\exp\left(i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)+b\exp\left(i(k_b z-\omega_b t-\phi_b)\right)\right]+...\\
& +\frac{1}{2}\left[a\exp\left(-i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)+b\exp\left(-i(k_b z-\omega_b t-\phi_b)\right)\right]\\
= & \mathcal{R}e\left[a\exp\left(i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)+b\exp\left(i(k_b z-\omega_b t-\phi_b)\right)\right]
\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
I &= <\Psi_A^2>_T=\frac{1}{T}\int_0^T\left[calRea\exp\left(i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)\right]^2\mathrm{d}t\\
&= \frac{a^2}{4T}\int_0^T\left[\exp\left(i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)+\exp\left(-i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)\right]^2\mathrm{d}t\\
&= \frac{a^2}{4T}\left[\frac{-1}{2i\omega_a}\exp\left(2i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)+2t+\frac{1}{2i\omega_a}\exp\left(-2i(k_a z-\omega_a t-\phi_a)\right)\right]_0^T\\
&\quad \text{mit }\ \exp(i\omega T)=\exp(0)\\
&= \frac{a^2}{2}
\end{aligned}$$

A# 2:

a) Gegeben: $\vec{E}_i=\vec{e}_y E_0\exp\left(i(kz-\omega t)\right)$
An der Grenzfläche kann transmittiert und reflektiert werden: $\vec{E}_r = E_{r,0}\vec{e}_y\exp\left(i(-kz-\omega t)\right),\vec{E}_t=E_{t,0}\vec{e}_y\exp\left(i(kz-\omega t)\right)$.
Der Spiegel ist ein unendlich guter Leiter: $\sigma=\infty,\vec{j}=\sigma\vec{E}\Rightarrow\vec{E}=0$ im Spiegel. $\Rightarrow\vec{E}_t=0$.
Stetigkeitsbedingung an der Grenzfläche: $\vec{E}_i(z=0,t)+\vec{E}_r(z=0,t)=\vec{E}_t(z=0,t)=0\Rightarrow E_{r,0}=-E_0$

b) mit dem Faraday'schen Gesetz:

$$\begin{aligned}
-\partial_t\vec{B}_i &= \nabla\times\vec{E}=\begin{pmatrix}\partial_x\\ \partial_y\\ \partial_z\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}E_0\left[\exp\left(i(kz-\omega t)\right)-\exp\left(i(-kz-\omega t)\right)\right]\\
&= -\vec{e}_x E_0 ik\left[\exp\left(i(kz-\omega t)\right)-\exp\left(i(-kz-\omega t)\right)\right]\\
\vec{B} &= \vec{e}_x E_0\frac{ik}{-i\omega}\left[\exp\left(i(kz-\omega t)\right)-\exp\left(i(-kz-\omega t)\right)\right]\\
&= \vec{e}_x\frac{E_0}{c}\left[\exp\left(i(kz-\omega t)\right)-\exp\left(i(-kz-\omega t)\right)\right]
\end{aligned}$$

Für die Stromdichte:

$$\begin{aligned}
\nabla \times \vec{H} &= \partial_t \vec{D} + \vec{j} \qquad ; \vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} - \vec{M} = \frac{1}{\mu_0}\vec{B} \qquad ; \vec{D}(z=0) = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}(z=0) = 0 \\
\vec{j}(z=0) &= \frac{1}{\mu_0}\nabla \times \vec{B}(z=0) = \frac{E_0}{\mu_0 c}\vec{e}_y ik \left[\exp\left(i(kz-\omega t)\right) + \exp\left(i(-kz-\omega t)\right)\right]_{z=0} \\
&= \frac{2E_0}{\mu_0 c} ik \vec{e}_y e^{-i\omega t}
\end{aligned}$$

c) Lorentzkraft:

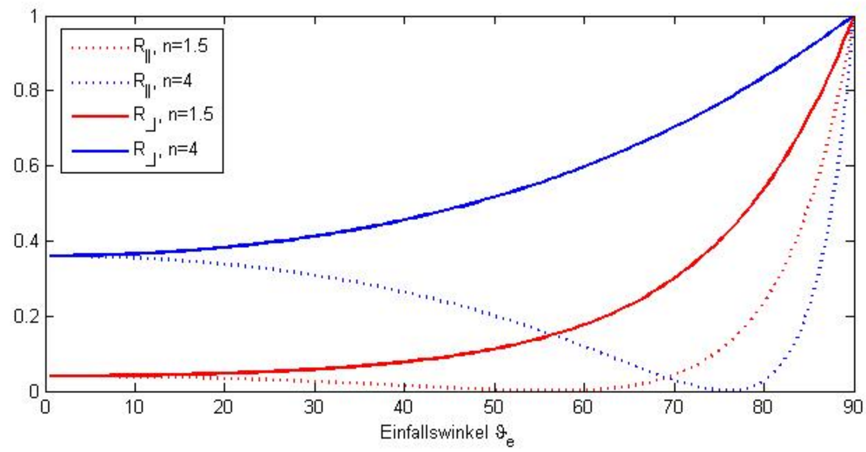
$$\begin{aligned}
\vec{F} &= q\vec{E} + q(\vec{v}\times\vec{B}) = \int dr^3 \left[\rho(\vec{r})\vec{E}(\vec{r}) + \vec{j}(\vec{r})\times\vec{B}(\vec{r})\right]; \quad (\vec{\nabla}\vec{E} = 0) \quad (E(z) = 0) \\
\frac{d\vec{F}}{dA} &= \int_0^\infty dz \left[\rho(z)E(z) + \vec{j}(z)\times\vec{B}(z)\right] = \int_0^\infty dz \left[0 + (-\vec{e}_z j_y B_x)\right] \\
&= -\frac{\vec{e}_z}{\mu_o}\int_0^\infty dz \left(\frac{\partial}{\partial y}B_x\right) B_x = \frac{-\vec{e}_z}{\mu_o}\int_{B_x(z=0)}^{B_x(z=\infty)} B_x dB_x = \frac{-\vec{e}_z}{2\mu_o}\left[B_x^2\right]_{B_x(z=0)}^{B_x(z=\infty)} = \frac{\vec{e}_z}{2\mu_o}B_x^2(z=0) \\
p &= \left\langle \frac{dF}{dA} \right\rangle_T = \left\langle \left[-\frac{1}{\mu_o}B_x^2(z,t)\right]_0^\infty \right\rangle_T = \frac{\langle S\rangle_T}{c} \text{ mit } \vec{S} = \frac{1}{\mu_o}\vec{E}\times\vec{B}; \quad \text{woher Faktor 2??}
\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}
\text{Leistung: } P &= <\vec{S}> \cdot \vec{A} = 10\text{W} \\
\text{Kraft: } F = M\cdot a &= A \cdot p \\
a &= \frac{A\ p}{M} = \frac{P\ p}{M<S>} = \frac{P}{M\ c} \\
t &= \frac{v}{a} = \frac{M\ c\ v}{P} = \frac{100\text{ kg}\cdot 3\cdot 10^8\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot 10\frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\text{W}} = 3\cdot 10^{10}\text{s}
\end{aligned}$$

A# 3:

a) Reflexionsvermögen $R = r^2$ aus den Fresnel'schen Formeln, mit Snellius $n_1\vartheta_e = n_2\vartheta_t$.



$$r_\parallel = \frac{-\tan(\vartheta_e - \vartheta_t)}{\tan(\vartheta_e + \vartheta_t)} \qquad r_\perp = \frac{-\sin(\vartheta_e - \vartheta_t)}{\sin(\vartheta_e + \vartheta_t)}$$

b) Brewster: $\vartheta_B = \arctan\frac{n_t}{n_e}$, Totalreflexion: $\vartheta_T = \arcsin\frac{n_t}{n_e}$
Glas/Vakuum: $\vartheta_B = 33.7°; \vartheta_T = 41.8°$
Germanium/Vakuum: $\vartheta_B = 14.0°; \vartheta_T = 14.5°$

Germanium/Glas: $\vartheta_B = 20.6°; \vartheta_T = 22.0°$
Vakuum/Glas: $\vartheta_B = 56.3°; \vartheta_T = N/A$
Vakuum/Germanium: $\vartheta_B = 76.0°; \vartheta_T = N/A$
Glas/Germanium: $\vartheta_B = 69.4°; \vartheta_T = NA$

c)

$$\begin{aligned}
\frac{T_{tot,\perp}}{T_{tot,\parallel}} &= \frac{T_\perp^n}{T_\parallel^n} < 10^{-4} \qquad ; T = 1 - r^2 \qquad ; r_{\parallel,\text{Brewster}} = 0 \Leftrightarrow T_{\parallel,\text{Brewster=1}} \\
T_\perp &= 1 - \left[\frac{\sin(\vartheta_B - \arcsin(\frac{\sin\vartheta_B}{n}))}{\sin(\vartheta_B + \arcsin(\frac{\sin\vartheta_B}{n}))}\right]^2 \overset{\text{Glas}}{=} 0.852; \qquad \overset{\text{Ge}}{=} 0.222 \\
n &> \frac{-4}{\log_{10} T_\perp} \overset{\text{Glas}}{=} 57.5; \qquad \overset{\text{Ge}}{=} 6.1
\end{aligned}$$

Mit Glas benötigt man mindestens 58, mit Germanium 7 Grenzflächen. Pro Platte gibt es zwei Grenzflächen, also 29 Platten für Glas und 4 für Germanium.

==