Ferienkurs Experimentalphysik 1

Wintersemester 2013/2014

Thomas Maier

Übungsblatt 4: Schwingungen und Wellen

Aufgabe 1: Ungedämpfter harmonischer Oszillator

Eine Masse m hänge an einer Feder mit Federkonstante k. Die Feder sei ideal (ungedämpft).

a) Wie lautet die Differentialgleichung des Oszillators?

b) Lösen Sie diese Differentialgleichung allgemein mit einem passenden Ansatz.

c) Geben Sie die Frequenz w_0 als Funktion von k und m an.

d) Wie lautet die spezielle Lösung, wenn sie die Feder zur Zeit $t = 0$ um x_0 auslenken und mit v_0 anschuppsen?

Aufgabe 2: Gedämpfter harmonischer Oszillator

Eine Masse m hänge an einer Feder mit Federkonstante k. Die Feder sei nicht ideal (Dämpfungskonstante d). Betrachten Sie den Schwingfall ($\frac{k}{m} > (\frac{d}{2m})^2$).

a) Wie lautet die Differentialgleichung des Oszillators?

b) Lösen Sie diese Differentialgleichung allgemein mit einem passenden Ansatz.

c) Geben Sie die Frequenz w_d und den Dämpfungskoeffizient δ als Funktion von k, m und d an.

Aufgabe 3: Feder auf schiefer Ebene

Auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel $\alpha = 20°$ befindet sich ein Körper der Masse $m = 1\ kg$. Der Körper hängt an einer Feder der Federkonstanten k, die an der (festen) Spitze der schiefen Ebene befestigt ist.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Systems auf und lösen Sie diese für die Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$. Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.

b) Welche Federstärke k muss die Feder besitzen, damit die Masse mit einer Frequenz $f = 10\ Hz$ schwingt?

c) Welchen Einfluss hat der Neigungswinkel α auf das System?

Aufgabe 4: Palme im Wind

Eine hohe Palme mit einer 1 Tonne schweren, kompakten Krone bewegt sich im Wind. Für ein paar Minuten übt ein konstanter Wind eine horizontale Kraft von $1000\ N$ auf die Krone aus. Diese wird dadurch um $4\ m$ zur Seite ausgelenkt. Bei plötzlich eintretender Windstille führt die Krone eine gedämpfte harmonische Schwingung aus. Dabei ist die Maximalamplitude der ersten Schwingung $4\ m$, die der zweiten $3\ m$ und die der dritten $2,25\ m$.

a) Bestimmen Sie die Dämpfungskoeffizient der Schwingung.

b) Welchen Wert hat die Dämpfungsfrequenz der Schwingung?

Aufgabe 5: Resonanter Antrieb

Die ungedämpfte harmonische Schwingung mit resonantem Antrieb ($w_0 = \Omega$)

$$\ddot{x}(t) + \Omega^2 x(t) = f_0 \cos(\Omega t)$$

besitzt die partikuläre Lösung

$$x_p(t) = \frac{f_0}{2\Omega} t \sin(\Omega t)$$

a) Zeigen Sie, dass $x_p(t)$ die Schwingungsgleichung löst.

b) Berechnen Sie für diese Lösung die Oszillator-Energie. Diese Energie enthält einen anwachsenden und einen oszillierenden Anteil. Zeigen Sie, dass die Energie quadratisch mit der Zeit anwächst, wenn man die oszillierenden Anteile über eine Periode mittelt

c) Wie lautet die allgemeine Lösung der Schwingungsgleichung? Konstruieren Sie eine spezielle Lösung für die Anfangsbedingung $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$

Aufgabe 6: Seilwelle

Die Wellenfunktion einer harmonischen Welle auf einem Seil sei gegeben durch

$$y(x,t) = 0,001m \cos(62,8m^{-1}\ x + 314s^{-1}\ t)$$

a) In welche Richtung bewegt sich die Welle? Wie groß ist ihre Geschwindigkeit?

b) Ermitteln Sie Wellenlänge, Frequenz und Schwingungsdauer der Welle.

c) Wie groß ist die maximale Geschwindigkeit eines Seilsegments?

d) Berechnen Sie die Spannung in einem $400\ g$ schweren Seil der Länge $1\ m$.
Hinweis: $v_{ph} = \sqrt{F/\mu}$, wobei μ die lineare Massendichte ist.

Aufgabe 7: Überlagerung zweier Schallwellen

Die ebene Schallwelle $\Psi_1(z,t) = A\cos(800s^{-1}\,t - 2m^{-1}\,z)$ wird mit der ebenen Schallwelle $\Psi_2(z,t) = A\cos(630s^{-1}\,t - 1,5m^{-1}\,z)$ überlagert. Wie sieht ihre Überlagerung aus und wie groß ist ihre Gruppengeschwindigkeit im Vergleich zu den Phasengeschwindigkeiten der beiden Einzelwellen?