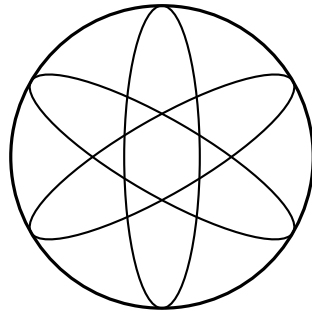


# Ferienkurs

## Analysis 3 für Physiker



Übung: Holomorphe Funktionen und wichtige  
Sätze der Funktionentheorie

Autor: Benjamin Rüth  
Stand: 18. März 2014

---

**Aufgabe 1** (Rechnen) Man berechne:

1.1

$$e^{2+\frac{i\pi}{6}}$$

1.2

$$\cosh(it) \quad t \in \mathbb{R}$$

1.3

$$\sinh(it) \quad t \in \mathbb{R}$$

1.4

$$\cos(1 + 2i)$$

1.5

$\Re(z)$  ohne Verwendung von  $\Re(\ )$

1.6

$\Im(z)$  ohne Verwendung von  $\Im(\ )$

**Aufgabe 2** (Holomorphe Funktionen) Gegeben sind die Funktionen

$$f(z) = \bar{z} \text{ und } g(z) = z^2$$

Diese beiden Funktionen sind auf Holomorphie zu untersuchen. Geben Sie ferner jeweils ein passendes Wegintegral (mit Parametrisierung des verwendeten Weges!) welches die Holomorphie der Funktion belegt oder widerlegt. Kann man für holomorphe Funktionen zeigen, dass das Wegintegral für **alle** geschlossenen Wege verschwindet?

**Aufgabe 3** (Holomorphe Funktionen) Stellen Sie fest, in welchen Gebieten  $G \subseteq \mathbb{C}$  die folgenden Funktionen holomorph sind:

3.1

$$f(z) = z^3$$

3.2

$$f(z) = z\Re(z)$$

3.3

$$f(z) = |z|^2$$

3.4

$$f(z) = \frac{\bar{z}}{|z|^2}$$

---

**Aufgabe 4** (Integral) Berechnen Sie das Integral

$$\int_{\gamma} 2ze^{z^2} dz$$

für den Weg, welcher 0 und  $1 + i$  entlang der Parabel  $y = x^2$  verbindet.

**Aufgabe 5** (Integral) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

**5.1**

$$\int_{|z|=2} \frac{\sin z}{z+i} dz$$

**5.2**

$$\int_{|z|=1} \frac{dz}{(2i-z)(z-i/2)}$$