Ferienkurs

Theoretische Physik: Mechanik

Sommer 2013

Übung 2 - Angabe

1 Schräger Wurf

Ein Massepunkt der Masse m werde mit der Anfangsgeschwindigkeit

$$\vec{v}^{(0)} = (v_x^{(0)}, 0, v_z^{(0)})^T \tag{1}$$

im homogenen Schwerefeld der Erde vom Koordinatenursprung aus abgeworfen.

1. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für den Massepunkt auf und bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}(t)$.
2. Eliminieren Sie t aus der $x-$ und $z-$Komponente der Bahnkurve und diskutieren Sie die Spur $z(x)$.
3. Berücksichtigen Sie ab jetzt die zusätzliche Bedingung, dass der Massepunkt im Punkt $P = (x_1, 0, z_1)$ auftreffen soll.
4. Bestimmen Sie die Flugzeit des Massepunktes in Abhängigkeit des Betrags der Anfangsgeschwindigkeit $v^{(0)} = \left|\vec{v}^{(0)}\right|$ und des Abwurfwinkels $\psi^{(0)}$.
5. Wie hängt die anfängliche, kinetische Energie $T^{(0)}$ des Massepunktes vom Abwurfwinkel $\psi^{(0)}$ ab? Für welchen Abwurfwinkel ist $T^{(0)}$ minimal?

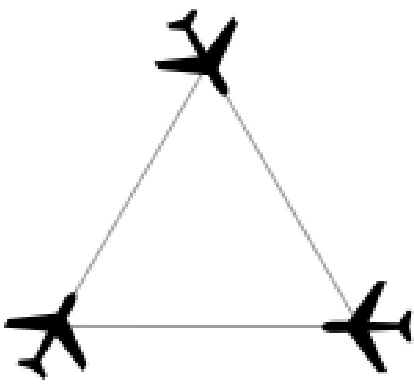
2 Eisenbahn

Ein Zug der Masse $m = 5,0 \cdot 10^5 kg$ mit 16 Achsen fährt mit einer Geschwindigkeit von $200\frac{km}{h}$ von München (48° nördliche Breite) auf gerader Strecke in Richtung Norden.

1. Berechnen Sie die Coriolisbeschleunigung, die der Zug erfährt und vergleichen Sie den Betrag mit der Erdbeschleunigung g.
2. Mit welcher Kraft wird ein linkes bzw. ein rechtes Rad des Zuges gegen die Schiene gedrückt?
3. Was ändert sich bei einer Fahrt in Richung Süden, Osten oder Westen?

3 Drei Flugzeuge

Drei baugleiche Flugzeuge starten gleichzeitig an den Eckpunkten eines gleichseitigen Dreiecks mit Seitenlänge l, dessen Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt. Sie fliegen mit einer Geschwindigkeit konstanten Betrags v stets in Richtung des im Uhrzeigersinn nächsten Flugzeugs. Berechnen Sie die Zeit bis zum Zusammenstoß der drei Flugzeuge.



4 Foucaultsches Pendel

Betrachten Sie ein mathematisches Pendel der Länge $l \ll R_E$ und Masse m auf der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω rotierenden Erde. Vernachlässigen Sie die Rotation der Erde um die Sonne. Die z'-Achse des mitbewegten Koordinatensystems verbinde Erdmittelpunkt und Aufhängepunkt bei geographischer Breite ϕ. Die x'-Achse verlaufe längs des Breitengrades und die y'-Achse längs des Längengrades am Aufhängepunkt.

1. Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für das Pendel auf. Begründen Sie, dass die vertikale Bewegung sowie die Zentrifugalterme vernachlässigt werden können.
2. Führen Sie die komplexe Koordinate $Z' = x' + iy'$ ein und lösen Sie die Bewegungsgleichungen mit den Anfangsbedingungen $x'(0) = a$, $y'(0) = 0$ und $\dot{x}'(0) = \dot{y}'(0) = 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis.

5 Gedämpfter, harmonischer Oszillator

Betrachten Sie einen gedämpften, harmonischen Oszillator mit Masse m. Die Eigenfrequenz des ungedämpften Oszillators sei ω_0 und die Dämpfunskonstante sei κ. Die Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \tag{2}$$

1. Lösen Sie die Bewegungsgleichung (2) für den Fall $\omega_0 > \kappa$ mit Anfangsbedingungen $x(0) = \dot{x}(0)v_0$ über den Standardansatz $x(t) = exp(\lambda t)$.
2. Ermitteln Sie die Lösung für den Fall $\omega_0 = \kappa$ als Grenfall von 1.
3. Sei nun $\omega = \kappa$. Berechnen Sie für den Fall $x_0 = 0$ den Zeitpunkt t_1, bei dem die maximale Auslenkung, also der Umkehrpunkt, erreicht wird.