Ferienkurs

Theoretische Physik: Mechanik

Sommer 2013

Übung 1 - Angabe

1 Relaxation

Geben Sie die Lösung der Differentialgleichung für die Relaxation mit zeitabhängigem Paramater $\gamma(t)$ an:

$$\dot{\Phi}(t) = -\gamma(t)\Phi(t) \tag{1}$$

2 Konservative Kraftfelder

1. Untersuchen Sie, ob die folgenden Kraftfelder konservativ sind:

   (i) $\vec{F}_1(\vec{r}) = (-y, x, 0)^T$

   (ii) $\vec{F}_2(\vec{r}) = \frac{1}{r^2}\vec{r} = (\frac{x}{x^2+y^2+z^2}, \frac{y}{x^2+y^2+z^2}, \frac{z}{x^2+y^2+z^2})^T$

   (iii) $\vec{F}_3(\vec{r}) = (\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0)^T$

2. Berechnen Sie das Linienintegral in der x-y-Ebene über den Kreis mit Radius R um den Koordinatenursprung:

$$\oint\limits_{K_R(O)} \vec{F}_3 \cdot d\vec{r} \tag{2}$$

3 Kreisbewegung

Die Bahnkurve eines Massenpunktes lautet:

$$\vec{r}(t) = (x_0, Rcos(\omega t), Rsin(\omega t))^T \tag{3}$$

mit Konstanten R $\in \mathbb{R}_{>0}$ und $x_0, \omega \in \mathbb{R}$.

1. Bestimmen Sie Geschwindigkeit $\vec{v}(t)$ und Beschleunigung $\vec{a}(t)$ des Massenpunktes.

2. Zeigen Sie, dass mit $\vec{\omega} = \omega\vec{e}_x$ gilt:

$$\dot{\vec{r}}(t) = \vec{\omega} \times \vec{r}(t) \tag{4}$$

3. Zeigen Sie, dass Geschwindigkeit $v(t)$, Winkelgeschwindigkeit ω und Beschleunigung $\vec{a}(t)$ zu jedem Zeitpunkt ein orthogonales Dreibein bilden.

4 Spiralbahn

Ein Massepunkt bewege sich auf einer Schraubenlinie mit Radius R und Ganghöhe h. Der Betrag der Geschwindigkeit $v = |\vec{v}|$ sei konstant.

1. Geben Sie den Ortsvektor zu Zeit t an und berechnen Sie Geschwindigkeit und Beschleunigung des Massepunktes in kartesischen Koordinaten.
2. Berechnen Sie Ortsvektor, Geschwindigkeit und Beschleunigung in Zylinderkoordinaten im begleitenden Dreibein.

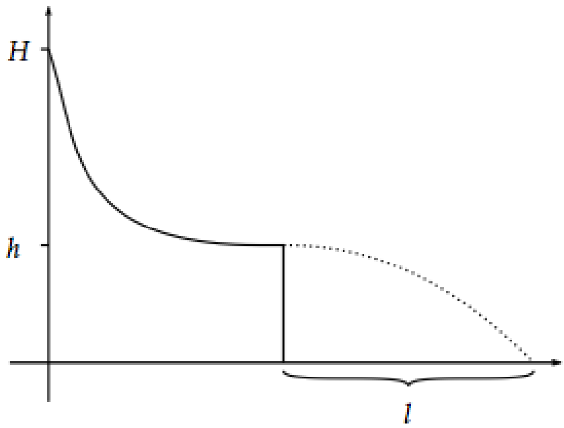
5 Zweikörperproblem

Zwei Massepunkte m_1 und m_2 bewegen sich unter dem Einfluss des Potentials $V(r)$, dass nur vom Relativabstand $\vec{r} = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$ der beiden Massepunkte abhängt.

1. Formulieren Sie die Bewegungsgleichungen für den Relativvektor $\vec{r}(t) = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ und den Schwerpunktsvektor
$$\vec{R}(t) = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2} \tag{5}$$
2. Zeigen Sie, welche Erhaltungssätze für Impuls und Energie in der Relativ- und Schwerpunktsbewegung gelten.
3. Zeigen Sie, dass der Drehimpuls eine Erhaltungsgröße ist und dass die Relativbewegung in der durch die Vektoren $\vec{r}(t)$ und $\dot{\vec{r}}(t)$ aufgespannten Ebene verläuft.
4. Drücken Sie die Energie und den Drehimpuls der Relativbewegung in ebenen Polarkoordinaten r und φ aus.

6 Energieerhaltung

Ein Skispringer gleitet aus dem Stand reibungslos auf der Schanze der Anfangshöhe H bis auf die Absprunghöhe h. Der Absprung sei horizontal. Bestimmen Sie die Höhe h, bei der die Sprungweite l maximal ist. Geben Sie den maximalen Wert l_{max} an.



7 Lenzscher Vektor

Ein Teilchen der Masse m bewege sich in einem radialsymmetrischen Potential der Form:

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} \tag{6}$$

mit konstantem α. Der Lenzsche Vektor $\vec{\Lambda}$ entlang der Bahn $\vec{r}(t)$ des Teilchens ist definiert durch:

$$\vec{\Lambda} := \frac{\dot{\vec{r}} \times L}{\alpha} - \frac{\vec{r}}{r} \tag{7}$$

wobei $\vec{L} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ der Drehimpuls des Teilchens ist. Zeigen Sie, dass $\vec{\Lambda}$ eine Erhaltungsgröße ist.