

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK

Hannah Schamoni, Susanne Goerke

Probeklausur

1 Kurzfragen

1. Wie ist der Erwartungswert eines Operators definiert? Was bedeutet er?
2. Bestimme die spektroskopischen Symbole für den Grundzustand des Elements Tantal mit der Elektronenkonfiguration $(\text{Xe})4f^{14}5d^36s^2$ sowie für die angeregte Konfiguration $(\text{Xe})4f^{14}5d^5$.
3. Können die Übergänge ${}^3P_2 \rightarrow {}^3P_0$ und ${}^8S_{7/2} \rightarrow {}^6P_{7/2}$ stattfinden (Begründung!)?
4. Ist der Bohrsche Radius für ein (fiktives) Atom aus einem Proton und einem Kaon-Antiteilchen K^- ($m_{K^-} \approx 1000m_e$) größer oder kleiner als der des Wasserstoffatoms?
5. Erkläre, was beim Auger-Prozess passiert. Wie heißt ein dazu vergleichbarer Prozess für Valenzelektronen?
6. Welche Bedingung nahm Bohr bei der Entwicklung des Atommodells an?
7. Was ist der Darwin-Term?
8. Gibt es ein H_2 Molekül, bei dem beide Atome im Grundzustand sind? Warum oder warum nicht?

2 Teilchen in einem Kastenpotential

- a) Gib für ein eindimensionales Kastenpotential mit unendlich hohen Wänden ($V = 0$ für $0 < x < a$ und $V = \infty$ sonst) die stationäre Schrödingergleichung an. Welche Wellenfunktionen ψ_n lösen diese Schrödingergleichung und was sind die Energieeigenwerte E_n ?
- b) Nun soll der Potentialtopf zweidimensional sein mit $a_x = a_y = a$. Gib die Energieeigenwerte in Abhängigkeit der Quantenzahlen n_x und n_y an.

- c) Nimm an, dass der zweidimensionale Potentialtopf aus **b)** die Kantenlänge $a = 10 \text{ nm}$ und die Tiefe $E_{pot} = -1 \text{ eV}$ hat. Wie viele gebundene Energiezustände gibt es in diesem Kasten für ein Elektron?
Hinweis: Benutze zum Ausrechnen die Formeln für einen unendlich hohen Potentialtopf.

3 Thorium-Quelle

Thorium-229 ist ein α -Strahler mit einer Teilchenenergie von 4.85 MeV . Zehn Prozent der von $5 \text{ g } ^{229}\text{Th}$ emittierten α -Teilchen werden zu einem punktförmigen parallelen Strahl gebündelt und auf eine $4 \mu\text{m}$ dicke Goldfolie ($Z_{Au} = 79$) gelenkt. Ein Detektor mit einer kreisförmigen Öffnung ($r = 15 \text{ mm}$) befindet sich in 2 m Abstand vom Auftreffpunkt des α -Strahls unter einem Winkel von 60° zur Strahlachse.

- a) Erkläre in ein bis zwei Sätzen den Begriff differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$.
- b) Die Luminosität L ist das Produkt aus Strahlfluss Φ und Anzahl der Targetteilchen im Strahlquerschnitt. Berechne die Luminosität L des oben beschriebenen Aufbaus.
- c) Wie groß ist die Zählrate im Detektor? Verwende zur Berechnung eine Luminosität von $L = 10^{30} \text{ s}^{-1}\text{cm}^{-2}$.
Hinweise: Der Ausdruck für die Aktivität eines radioaktiven Stoffes kann aus dem exponentiellen Zerfallsgesetz ($N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ mit $\lambda = \ln 2/t_{1/2}$) hergeleitet werden. Die Zählrate \dot{N} setzt sich aus der Luminosität L , dem Wirkungsquerschnitt σ und dem abgedeckten Raumwinkel $\Delta\Omega$ zusammen: $\dot{N} = L \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega} \cdot \Delta\Omega$. Der Streuquerschnitt kann auf der gesamten Detektoroberfläche als konstant angenommen werden.

4 Positronium

Das Positronium ist ein wasserstoffähnliches exotisches Atom, das aus einem e^+ und einem e^- besteht, die einen kurzlebigen gebundenen Zustand bilden können. Beide Leptonen kreisen (im gebundenen Zustand) um den gemeinsamen Schwerpunkt, der sich in der Mitte zwischen den beiden befindet.

- a) Berechne die (klassischen) Energieniveaus und die Radien der Bohrschen Bahnen des Positroniums als Funktion der Hauptquantenzahl n und vergleiche diese mit denen des Wasserstoffs.
- b) Im Positronium koppeln beide Spins zum Gesamtspin \mathbf{S} und dann mit dem Bahndrehimpuls \mathbf{L} zum Gesamtdrehimpuls \mathbf{F} . Im Wasserstoffatom dagegen koppeln \mathbf{s} und \mathbf{l} zu \mathbf{j} , und \mathbf{j} koppelt dann zusammen mit

dem Kernspin \mathbf{I} zu \mathbf{F} . Trotzdem können wir die Hyperfeinaufspaltung der Energiezustände des Positroniums aus dem für das Wasserstoffatom hergeleiteten Ausdruck berechnen. Warum?

- c) Welche spektroskopischen Niveaus des Positroniums gibt es für $n = 1$ und $n = 2$? Verwende der Einfachheit halber immer $n_2 = 1$.
- d) Die Energieabstände zwischen welchen spektroskopischen Niveaus berechnet man, wenn man die Hyperfeinstrukturaufspaltung des Positroniums bestimmt, d.h. welche Niveaus werden durch die Hyperfeinwechselwirkung im Positronium aufgespalten?
- e) Berechne nun die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands im Wasserstoff und die entsprechende Hyperfeinaufspaltung des Positroniums. Um welche Größenordnung unterscheiden sich die beiden?

Hinweis: Im Grundzustand ist

$$\Delta E_{HFS}^H = \frac{2}{3} g_s g_I \frac{\alpha^4 \mu^3 c^2}{m_e m_k n^3} \frac{F(F+1) - j(j+1) - I(I+1)}{2}.$$

- f) Skizziere nun das Termschema von Positronium für die Zustände mit $n = 1$ und $n = 2$. Trage die zuvor berechnete Hyperfeinaufspaltung des Positroniums in die Skizze ein.

5 Wasserstoffatom

Berechnen Sie die Erwartungswerte $\langle 1/r \rangle$, $\langle r \rangle$ und $\langle r^2 \rangle$ für den $2s$ Zustand im Wasserstoffatom.

Hinweis:

$$\Psi_{2s}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0} \right) e^{-r/(2a_0)}$$

$$\int_0^\infty x^k e^{-\eta x} dx = k! \eta^{-(k+1)}$$

6 Hyperfeinaufspaltung

Welches Magnetfeld entspricht bei der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands im Wasserstoffatom dem 'Grenzfall', bei dem die beiden Energieabstände der Hyperfein- und dessen Zeemanaufspaltungen gleich groß wären? Gehen sie bei ihren Berechnungen davon aus, dass der g-Faktor des Protons 5.58 ist. (Hinweis: Für die Berechnung der Kopplungskonstante benötigen sie das mittlere vom Elektron erzeugte Magnetfeld. Dieses ist proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit des felderzeugenden Elektrons am Kernort.)

Wieso wären? Könnte man das erzeugte Magnetfeld für einen $2p_{3/2}$ - Zustand genauso wie für den Grundzustand berechnen?

7 Zeemann-Effekt

Der atomare Übergang $7^3S_1 \rightarrow 6^3P_2$ in Quecksilber entspricht einer Wellenlänge von $\lambda = 546.10 \text{ nm}$.

- Welcher Zeeman-Effekt liegt vor, der normale, oder der anomale?
- Berechnen Sie die Lande-Faktoren g_j der beiden Zustände und bestimmen Sie die Aufspaltung des Levels 6^3P_2 Levels, wenn das 7^3S_1 Level mit $\Delta E = 3 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$ aufspaltet.
- Skizzieren Sie ein Termschema, dass diese Aufspaltung zeigt und zeichnen Sie die mit der Auswahlregel $\Delta m_j = 0, \pm 1$ erlaubten Übergänge ein.

Konstanten

- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
- $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ As/V}^{-1}\text{m}^{-1}$
- $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- $m_{Proton} = 1.673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} \approx \frac{1}{137}$
- $g_s = 2, g_I = 5.58$
- $t_{1/2}(\text{Th}) = 7880 \text{ a}$
- $\rho_{Au} = 19.32 \text{ g/cm}^3$