

Ferienkurs 2013 Experimentalphysik 4

Übung - 2. Tag

Aufgabe 1 Ein-Elektron-System

Gegeben sei das folgende Linienspektrum eines Ein-Elektron-Systems, also eines Atoms, das durch Ionisation alle bis auf ein Elektron verloren hat. Dabei sind die kleinste und die drei größten Wellenlängen einer Serie gemessen worden.

568.84 nm, 933.47 nm, 1161.37 nm, 1861.65 nm

Um welches Atom handelt es sich dabei? Zwischen welchen Energieniveaus finden die beobachteten Übergänge statt? (Hinweis: Vernachlässigen Sie alle Komplikationen durch Feinstruktur etc. Die Energien der stationären Zustände im Coulomb-Potential der Ladung Ze ergeben sich aus denen des Wasserstoffs durch Multiplikation mit Z^2 .)

Aufgabe 2 Feinstruktur

Die Feinstruktur von wasserstoffähnliche Ionen wird analog zum Wasserstoff beschrieben.

- Zeigen Sie, dass der Korrekturterm für die Feinstruktur und die relativistische Korrektur zu keinem möglichen Wert der Quantenzahlen n und m verschwindet, sondern stets zu einer Absenkung der Energie, also zu einer stärkeren Bindung führt.
- Das einfach ionisierte Helium ist ein wasserstoffähnliches Atom. In wie viele Energieniveaus spalten die Terme des einfach ionisierten Heliums, die zu den Hauptquantenzahlen $n = 3$ und $n = 4$ gehören, durch die Feinstruktur-Wechselwirkung auf? Berechnen Sie die Aufspaltung.
- Berechnen Sie die Energie der unverschobenen Niveaus und die Verschiebung relativ dazu! Für welches n und welches m entsteht die größte Verschiebung?

Aufgabe 3 3d-Wasserstoffatom

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom gemäß der Schrödinger-Theorie, dessen Elektron sich in einem 3d-Zustand befindet.

- a) Geben Sie an, in welche Niveaus nl_j das $3d$ -Niveau aufspaltet, wenn man eine Spin-Bahn-Wechselwirkung der Form $H_{LS} = a\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ berücksichtigt. Berechnen Sie die Energieverschiebungen ΔE dieser Niveaus bezüglich des ungestörten $3d$ -Niveaus, und skizzieren Sie die neuen Niveaus relativ zur Lage des alten. Überzeugen Sie sich davon, dass die Summe der Dimensionen der neuen Niveaus mit der Dimension des ursprünglichen Niveaus übereinstimmt. (Hinweis: $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ lässt sich durch l, s, j ausdrücken.)
- b) Nun werde ein Magnetfeld B eingeschaltet. Die Feinstruktur-niveaus aus Teil a) spalten dadurch in weitere Unterniveaus auf. Wie nennt man diesen Effekt? Berechnen Sie den Lande Faktor für die Feinstruktur-niveaus aus Teil a) und verwenden Sie das Ergebnis, um deren Aufspaltung durch das B-Feld zu skizzieren. Geben Sie dabei für jedes Unterniveau die magnetische Quantenzahl und die Dimension an.

Aufgabe 4 Hyperfeinstruktur

Die Hyperfeinstruktur beschreibt eine weitere Aufspaltung magnetischer Zustände, die analog zur Spin-Bahn-Kopplung durch die Kopplung des magnetischen Moments $\vec{\mu}_j$ mit dem des Kernspins $\vec{\mu}_I$ entsteht.

- a) Schätzen Sie das Verhältnis $\frac{\Delta E_{HFS}}{\Delta E_{FS}}$ der Hyperfeinaufspaltung zur Spin-Bahn-Kopplung ab.
- b) Der Grundzustand von Deuterium ist in zwei Hyperfeinniveaus mit $F = 1/2$ und $F = 3/2$ aufgespalten. Welchen Wert muss entsprechend die dem Deuterium zugeordnete Spinquantenzahl I haben?
- c) In welche Hyperfeinzustände spaltet das $p_{3/2}$ -Niveau des Deuteriums auf, wenn Sie vom vorher ermittelten I ausgehen?

Aufgabe 5 Bohrsches Atommodell

- a) Berechnen Sie nach dem Bohrschen Atommodell die Energieniveaus für ein Elektron eines Li^{2+} -Ions in Zuständen mit $n = 1, 2$. Die Kernbewegung sei hierbei vernachlässigbar.
- b) Berücksichtigt man die Kernbewegung, so erhält man für die Isotope ${}^6\text{Li}^{2+}$ und ${}^7\text{Li}^{2+}$ unterschiedliche Termenergien. Berechnen Sie den davon herrührenden Unterschied der Frequenzen und Wellenlängen des emittierten Lichts für den Übergang $n = 2 \rightarrow n = 1$ und zeigen Sie, dass die relative Frequenzänderung $\Delta\nu/\nu \approx 10^{-5}$ ist.

Aufgabe 6 Elektronenspinresonanz

Bei der Elektronenspinresonanz (ESR) induziert man durch EInstrahlung von Mikrowellenstrahlung der Wellenlänge $\lambda = 3\text{cm}$ Übergänge zwischen den

durch den Zeemann-Effekt aufgespaltenen Energieniveaus von Atomen in einem äußeren Magnetfeld B .

- a) Wie groß muss das Feld B gewählt werden, um bei Wasserstoffatomen im Grundzustand die Elektronenspinresonanz zu beobachten?
- b) Wie kann man das Auftreten der Resonanz klassisch verstehen?

Aufgabe 7 Spin-Bahn-Kopplung

Im Ruhesystem des Elektrons bewegt sich der Kern um das Elektron. Welches Magnetfeld erzeugt er nach klassischer Rechnung am Ort des Elektrons? Wie groß ist die zusätzliche potenzielle Energie des Elektrons durch dieses Magnetfeld? Aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung spaltet im Cäsium der Zustand mit den Quantenzahlen $n = 6$, $L = 1$ in zwei Niveaus mit paralleler bzw. antiparalleler Kopplung von Bahndrehimpuls und Spin auf: $J = L \pm \frac{1}{2} \rightarrow J = \frac{1}{2}$ und $S = 3/2$. Die Differenz der beiden Wellenlängen $\Delta\lambda = 42.2\text{nm}$, die kurzwellige Linie hat $\lambda = 852.1\text{nm}$. Berechnen Sie daraus die Spin-Bahn-Kopplungskonstante

$$a = \frac{\mu_0 Z e^2 h^2}{8\pi m_e^2 r^3}$$

Geben Sie die Verschiebung des „Schwerpunkts“ der Energieniveaus mit der Aufspaltung durch die Spin-Bahn-Kopplung an. Gewichten Sie dabei jedes Niveau (n, j) mit der Anzahl seiner magnetischen Unterzustände.