Ferienkurs Experimentalphysik 3

Übung

Qi Li, Bernhard Loitsch, Hannes Schmeiduch

Dienstag, 06.03.2012

1 Vergrößerungslinse

Sie sollen mit einer Linse ein 10fach vergrößertes Bild eines Gegenstandes G auf einem Bildschirm B entwerfen, der 3m von G entfernt ist. Welche Brennweite muss die Linse haben?

Lösung:

Aus der Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \tag{1}$$

und dem Abbildungsmaßstab $\frac{B}{A} = \frac{b}{g} = 10$ und $g + b = 3m$ folgt:

$$11g = 3m \rightarrow g = \frac{3}{11}m$$

$$b = \left(3 - \frac{3}{11}\right)m = \frac{30}{11}m$$

$$f = \frac{gb}{g+b} = \frac{90}{11 \cdot 11 \cdot 3}m = 0,25m$$

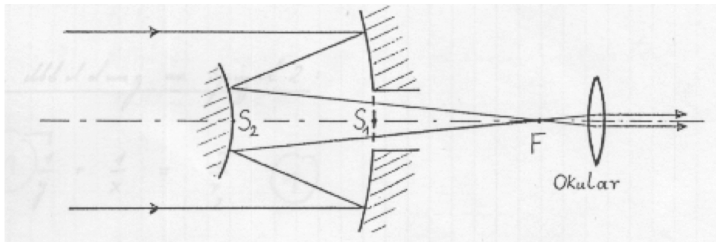


Abbildung 1: Teleskop

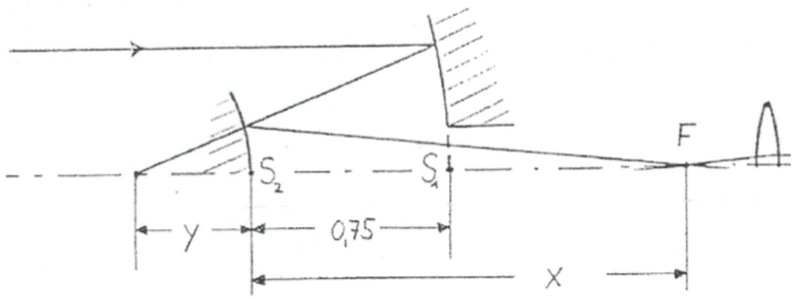


Abbildung 2: Teleskop

2 Teleskop

Ein Teleskop zu Betrachtung weit entfernter Sterne bestehe aus zwei sphärischen Spiegeln (siehe Skizze). Der Krümmungsradius des großen Spiegels (mit einem Loch im Zentrum) sei 2.0m, derjenige des kleinen betrage 0.6m. Der Abstand der Scheitel S_1, S_2 der beiden Spiegel sei 0.75m

- a) Berechnen Sie den Abstand des bildseitigen Brennpunktes F des Spiegelsystems von Scheitel S_2 des kleinen Spiegels (parallel einfallende Strahlen, siehe SKizze) **Lösung:**

  $$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

  da $g = \infty$ und $f = \frac{r}{2} \rightarrow \frac{1}{b} = \frac{2}{r_1}$ außerdem gilt $b = y + 0,75m$

  $$\rightarrow y = \frac{r_1}{2} - 0,75m = 0,25m$$

  Der Bildpunkt wird nun vom zweiten Spiegel in den Brennpunkt fokussiert, wobei nun auf die negativen Vorzeichen von y und r_2 geachtet werden muss.

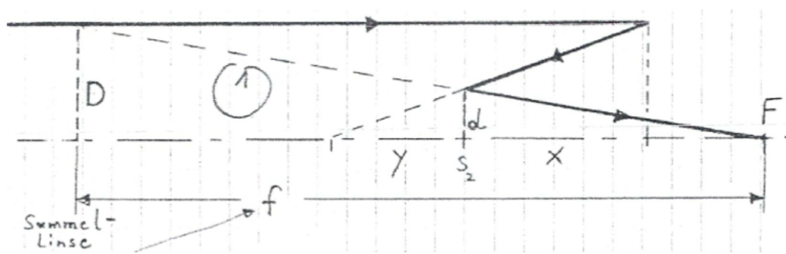
  $$\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \frac{2}{r_2}$$

  $$\rightarrow x = \frac{yr_2}{2y - r_2} = \frac{0,25 \cdot 0,6}{-0,5 + 0,6} = 1,5m$$

- b) Bestimmen Sie die effektive Brennweite der Anordnung beider Spiegel (effektive Brennweite = Brennweite einer Sammellinse mit gleichen abbildenden Eigenschaften wie das Spiegelsystem)

  Lösung:

  Wir konstruieren den Standort der Linse wie in der Zeichnung angedeutet und berechnen aus zwei Strahlensätzen



$$\frac{d}{D} = \frac{x}{f} \tag{2}$$

$$\frac{d}{D} = \frac{|y|}{|y| + 0,75m} \tag{3}$$

$$\rightarrow f = \frac{(|y| + 0,75m)x}{|y|} = 6m$$

- c) Mit Hilfe eines Okulars ($f_{Ok} = 2cm$) wird nun das reelle Zwischenbild des Sterns mit entspanntem Auge betrachtet. Berechnen Sie die Vergrößerung des Gesamtsystems

  Lösung:

$$V = \frac{f}{f_{Okular}} = \frac{600}{2} = 300$$

- d) Was sind die Hauptvorteile von Spiegelteleskopen gegenüber astronomitschen Fernrohren (Linsenteleskope)? (max. 2. Sätze!)

  Lösung:

  Es gibt zum einen keine chromatische Aberration (eine größere Bandbreite $\Delta\lambda$ wird übertragen) und zum anderen sind Spiegel in größeren Durchmessern konstruierbar und justierbar, was eine höhere Lichtausbeute zu folge hat.

3 Brechung

Eine $h_2 = 2cm$ dicke Wasserschicht (n=1,33) steht in einem zylindrischen Glasgefäß mit dem Radius R=3 cm über einer $h_1 = 4cm$ dicken Schicht von Tetrachlorkohlenstoff (n=1,46).

- a) Wie groß ist der maximale Winkel α_m gegen die Normale, unter dem man noch den Mittelpunkt des Gefäßbodens sehen kann?

  Lösung:

  Es gilt

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = n_2$$

$$\frac{sin\gamma}{sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

  Damit folgt $\rightarrow sin\gamma = \frac{n_2}{n_1} sin\beta = \frac{1}{n_1} sin\alpha$

- b) Wie groß muss R sein, damit $\alpha_m = 90°$ wird?

  Lösung:

  Bei $\alpha_m = 90°$ tritt an der oberen Grenzschicht Totalreflexion.

$$\rightarrow sin\beta_m = \frac{1}{n_2} = 0,752 \rightarrow \beta_m = 48,76°$$

$$\rightarrow sin\gamma m = \frac{1}{n_1} = 0,685 \rightarrow \gamma m = 43,235°$$

  Der Radius R des Gefäßes muss dann sein:

$$R \geq x_1 + x_2 = h_1 \cdot tan\gamma_m + h_2 \cdot tan\beta_m$$
$$= 4cm \cdot tan43,23° + 2cm \cdot tan48,76°$$
$$= 6,04cm$$

  Weiter zu a)
  Wenn jetzt $R = 6,04cm$ ist, dann kann man den maximal beobachtbaren Winkel ausrechnen.

$$R = x_1 + x_2 = h_1 \cdot tan\gamma + h_2 \cdot tan\beta$$
$$= h_1 \frac{sin\gamma}{cos\beta} + h_2 \frac{sin\beta}{cos\beta}$$
$$= \frac{h_1}{n_1} \frac{sin\alpha}{\sqrt{1 - 1/n_1^2 \cdot sin\alpha}} + \frac{h_2}{n_1} \frac{sin\alpha}{\sqrt{1 - 1/n_1^2 \cdot sin^2\alpha}}$$

Diesen Ausdruck kann man jetzt nach auflösen und erhält folgende Winkel:

$$\gamma = 22,3^\circ$$

$$\beta = 24,6^\circ$$

$$\alpha = 33,6^\circ$$

4 Abbildung der Sonne

Mit einer Linse wird die Sonne auf einen Schirm im Abstand $b = 2m$ von der Linse scharf abgebildet.Der Durchmesser der Sonne beträgt ca. $1,5 \cdot 10^9 m$. Der mittlere Abstand zwischen Erde und Sonne trägt ca $1,5 \cdot 10^{11} m$

– a) Wie groß sind die Brennweite f der Linse, Durchmesser d des Sonnebildes und Lateralvergrößerung?

  Lösung:

  Die Abbildungsgleichung lautet

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

  Da hier $g \gg b$ ist, folgt $f \approx b = 2m$. Der Durchmesser des Sonnenbildes ist:

$$\begin{aligned} d = \frac{b}{d} D &= \frac{2}{1,5 \cdot 10^{11}} \cdot 1,5 \cdot 10^9 m \\ &= 2 \cdot 10^{-2} m = 2cm \end{aligned}$$

  Die Lateralvergrößerung der Linse (besser sollte man Verkleinerung sagen) ist:

$$V = \frac{b}{g} = \frac{2}{1,5 \cdot 10^{11}} = 1,3 \cdot 10^{-11}$$

– b) Welche Winkelvergrößerung wird erreicht, wenn das Sonnenbild in der deutlichen Sehweite betrachtet wird?

  Lösung:

  Mit bloßem Auge erscheint die SOnne unter dem Winkel:

$$\epsilon_0 = \frac{D}{r} = \frac{1,5 \cdot 10^9}{1,5 \cdot 10^{11}} = 10^{-2} rad \approx 0,5^\circ$$

  Wird das von der Linse entworfene Sonnebild in der deutilchen Sehweite von $s_0 = 25cm$ betrachtet, so ist der Sehwinkel:

$$\epsilon = \frac{2}{25} = 8 \cdot 10^{-2} rad$$

  Die Winkelvergrößerung ist also 8fach.

5 Lupe

Eine Lupe wird in der Entfernung $a = 1,5cm < f = 2cm$ über eine Buchseite gehalten, um die kleine Schrift vergrößert sehen zu können. Das Auge des Betrachters wird auf die Entfernung zum virtuellen Bild akkomodiert.

– a) Wie groß ist die Winkelvergrößerung?

  Lösung:

  Für die Sehwinkelvergrößerung gilt:

$$V_L = \frac{s_0}{f}\left(1 + \frac{f-g}{g}\right) = \frac{25}{2}\left(1 + \frac{0,5}{1,5}\right) = 16,7$$

  Aus der Abbildungsgleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$ folgt $b = \frac{gf}{g-f} = -\frac{3}{0,5}cm = -6cm$

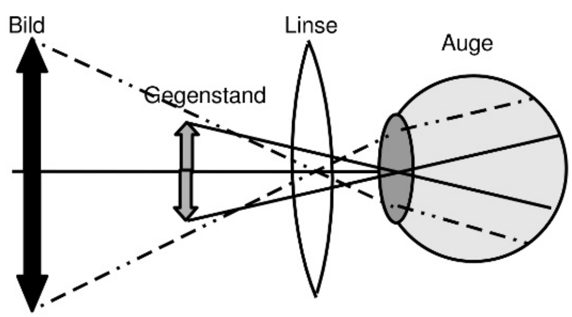


Abbildung 3: Lupe

– b) Wie groß erscheint ein Buchstabe mit $0,5mm$ Größe dem Betrachter?

Lösung:

Aus Abbildung 3 entnimmt man, dass das virtuelle Bild eines Buchstaben G wegen $\frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$ folgende Größe hat:

$$B = -G\frac{b}{g} = 0,5\frac{6}{1,5}mm = 2mm$$

Die Lateralvergrößerung ist daher 4fach

6 Tennisball

Manchmal liest man in Zeitungsberichten, dass ein Teleskop an Bord eines Satelliten in einer Höhe von $h = 400km$ über der Erde einen Tennisball ($d = 10cm$) auf der Erde erkennen kann.

– a) Ist dies möglich? Wie groß müsste der Teleskopdurchmesser sein?

Lösung:

Der Winkel, unter dem der Durchmesser des Tennisballs vom Satelliten aus erscheint, ist

$$\epsilon = \frac{d}{r} \approx \frac{10^{-1}}{4 \cdot 10^5}rad = 2,5 \cdot 10^{-7}rad = 0,05''$$

(wobei eine Bogensekunde: $1'' = \frac{\pi}{648000}rad$) Das Teleskop müsste dann einen Linsen- bzw. Spiegeldurchmesser von:

$$D = \frac{1,22\lambda}{\epsilon} = \frac{1,22 \cdot 4 \cdot 10^{-7}}{2,5 \cdot 10^{-7}} \approx 2m$$

haben

– b) Welche auflösbare Größe wäre durch die Luftunruhe bedingt?

Lösung:

Wegen der Luftunruhe ist (ohne besondere Maßnahmen) der Sehwinkel auf etwa 1" begrenzt. Dies würde die kleinste auflösbare Dimension auf der Erde auf 2m begrenzen. Mit speziellen Techniken der Bildverarbeitung kann man diese Grenze noch etwa um einen Faktor 4 verbessern, sodass man bis auf 50cm Auflösung bei einem Teleskopdurchmesser von etwa 1m kommt.