

# FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4

## 2010

### Probeklausur

## 1 Allgemeine Fragen

- a) Welche Relation muss ein Operator erfüllen damit die dazugehörige Observable eine Erhaltungsgröße darstellt?
- b) Was versteht man unter der Heisenbergschen Unschärferelation für Ort und Impuls?
- c) Wie werden Bosonen und Fermionen definiert und was besagt das Pauli-Prinzip?
- d) Erklären Sie die Quantenzahlen  $n$ ,  $l$ ,  $m$ . Welche Rolle spielen sie im Wasserstoffatom?
- e) Was versteht man allgemein unter einem Satz von guten Quantenzahlen? Was sind die guten Quantenzahlen für ein einfaches, wasserstoffähnliches Atom ohne und mit Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung?
- f) Nennen Sie mindestens zwei Gründe, weshalb stationäre Zustände in der Quantenmechanik eine so wichtige Rolle spielen.
- g) Was ist die Bedeutung der Wellenfunktion in der Quantenmechanik?
- h) Wie lauten die Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge?
- i) Wie lauten die Energie-Eigenwerte  $E_n$  des eindimensionalen harmonischen Oszillators im stationären Zustand?
- j) Was versteht man unter entarteten Energieniveaus?

Sie sollten für die Beantwortung der Fragen nicht zu viel Zeit aufwenden. Kurze und prägnante Antworten reichen völlig!

## 2 Potentialmulde

Gegeben sei eine rechteckförmige Potentialmulde der Breite  $b > 0$  und der Tiefe  $-V_0$  mit  $V_0 > 0$

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ (Bereich I)} \\ -V_0 & 0 < x < b \text{ (Bereich II)} \\ 0 & x > b \text{ (Bereich III)} \end{cases}$$

Eine ebene Materiewelle (Energie  $E > 0$ , Masse  $m$ ) treffe von links auf diese Potentialmulde. Der Betrag des Wellenvektors in den drei Bereichen soll mit  $k_I$ ,  $k_{II}$  bzw.  $k_{III}$  bezeichnet werden.

- Die Energie  $E$  des Teilchens sei nun fest vorgegeben. Berechnen Sie die Muldentiefe  $V_0$  in Abhängigkeit der Energie  $E$ , so dass gilt:  $k_{II} = 4k_I$ .
- Die Muldentiefe erfüllt nun die Bedingung aus a) (d.h.  $k_{II} = 4k_I$ ). Geben Sie für alle drei Bereiche I, II und III die zugehörigen, resultierenden Ortswellenfunktionen  $\phi_I(x)$ ,  $\phi_{II}(x)$  und  $\phi_{III}(x)$  mit allgemeinen Amplitudenkoeffizienten an.  
Hinweis: Verwenden Sie für die ebene Teilchenwelle die komplexe Schreibweise und überlegen Sie, welche Wellenkomponenten in den jeweiligen Bereichen auftreten.
- Stellen Sie die Gleichungen auf, welche die Ermittlung der Amplitudenkoeffizienten aus b) erlauben.
- Betrachten Sie nun zusätzlich den Spezialfall  $\lambda_I = b/2$ , wobei  $\lambda_I$  die Materiewellenlänge im Bereich I bezeichnet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit  $T$ , mit der das Teilchen die Potentialmulde überwindet.

## 3 Zeemann-Effekt

Der atomare Übergang  $7^3S_1 \rightarrow 6^3P_2$  in Quecksilber entspricht einer Wellenlänge von  $\lambda = 546.10 \text{ nm}$ .

- Welcher Zeeman-Effekt liegt vor, der normale, oder der anomale?
- Berechnen Sie die Landé-Faktoren  $g_j$  der beiden Zustände und bestimmen Sie die Aufspaltung des Levels  $6^3P_2$  Levels, wenn das  $7^3S_1$  Level mit  $\Delta E = 3 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$  aufspaltet.
- Skizzieren Sie ein Termschema, das diese Aufspaltung zeigt und zeichnen Sie die mit der Auswahlregel  $\Delta m_j = 0, \pm 1$  erlaubten Übergänge ein.

## 4 Hyperfeinstruktur

Wie groß ist das durch das  $1s$ -Elektron am Ort des Protons ( $I = 1/2$ ,  $g_I = 5.58$ ) im Wasserstoffatom verursachte Magnetfeld, wenn die Hyperfeinstruktur ( $\lambda = 21 \text{ cm}$ ) im  $1s$ -Zustand durch die beiden Einstellungen des Kernspins erklärt wird?

## 5 Betazerfall von Tritium

Beim  $\beta^-$ -Zerfall zerfällt in einem Atomkern ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Elektronantineutrino ( $n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ ). Ein radioaktives Tritiumatom  ${}^3\text{H}$  wandelt sich durch den Betazerfall in ein  ${}^3\text{He}^+$ -Ion um. Die Wellenfunktion des Hüllenelektrons, das sich vor dem Zerfall im Grundzustand befindet, bleibe beim Zerfall ungestört. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit  $P$ , dass sich das Hüllenelektron des  ${}^3\text{He}^+$ -Ions bei einer Messung im  $1s$ -Zustand befindet? In einem wasserstoffähnlichen Atom lautet die Wellenfunktion für ein Elektron im Grundzustand

$$\psi_Z = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-\frac{Zr}{a_0}}$$

Folgendes Integral könnte hilfreich sein

$$\int_0^{\infty} dr r^n e^{-ar} = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

## 6 Helium

- Skizzieren Sie das Energiespektrum von Helium bis zu den F-Zuständen. Erklären Sie die Nomenklatur der vorkommenden Zustände. Beobachtet man beim Parahelium eine Feinstruktur? Auf welche Spinkopplung kann man deshalb beim Parahelium folgern?
- Welche Hauptquantenzahl hat der niedrigste Energiezustand der beiden Konfigurationen? Warum gibt es keinen  $1^3S_1$ -Zustand?
- Zeichnen Sie in das Energiespektrum bis zu den F-Zuständen alle möglichen optischen Dipolübergänge ein.

## 7 Mehrelektronenatome

- a) Betrachten Sie die Konfiguration  $1s^2 2s^2 2p^3 d$  von Kohlenstoff und bestimmen Sie die spektroskopischen Symbole  $^{2S+1}L_J$ , in die diese durch Coulomb-Abstoßung der Elektronen und Spin-Bahn-Kopplung zerfällt. Welche Dimension hat die Konfiguration?
- b) Die Grundzustandskonfiguration von zweifach ionisiertem Europium  $\text{Eu}^{2+}$  ist  $[\text{Xe}]4f^7$ . Bestimmen Sie gemäß den Hund'schen Regeln das  $^{2S+1}L_J$ -Symbol des Grundzustands von  $\text{Eu}^{2+}$ . In wie viele Zeeman-Komponenten spaltet der Grundzustand auf, wenn man ein schwaches  $B$ -Feld anlegt und durch welche Quantenzahl werden die Zeeman-Komponenten charakterisiert?
- c) Geben Sie die vollständige Liste der spektroskopischen Symbole  $^{2S+1}L_J$  an, von denen aus ein elektrischer Dipolübergang in den Grundzustand von  $\text{Eu}^{2+}$  möglich ist. (Die Paritätsauswahlregel braucht nicht berücksichtigt zu werden)

## 8 Lithiummoleküle

Lithium kommt als zwei Isotopen vor,  ${}^6\text{Li}$  und  ${}^7\text{Li}$ , mit jeweils 3 Protonen und 3 bzw. 4 Neutronen. Der Gleichgewichtsabstand  $r_0$  in den Molekülen  $\text{H}^6\text{Li}$  und  $\text{H}^7\text{Li}$  sei gleich groß. Die Frequenz  $\nu$  entspreche dem Übergang zwischen den Rotationszuständen  $j = 1$  und  $j = 0$ . Experimentell wird zwischen beiden Molekülsorten ein Frequenzunterschied  $\Delta\nu = \nu(\text{H}^6\text{Li}) - \nu(\text{H}^7\text{Li}) = 10^{10}$  Hz beobachtet. Die Moleküle sollen als starre Rotatoren betrachtet werden.

- a) Berechnen Sie den Gleichgewichtsabstand  $r_0$ .
- b) Berechnen Sie für beide Molekülsorten die Energie des Übergangs von  $j = 1$  nach  $j = 0$ .