Ferienkurs Experimentalphysik 2 - Probeklausur

Aufgabe 1 (7pt.)

Gegeben sei ein beheizbares Zimmer mit dem Volumen $V = 75m^3$ und der Anfangstemperatur $T_i = 14°C$. Die Heizung werde nun aufgedreht bis die Endtemperatur $T_f = 20°C$ erreicht ist. Betrachten Sie Luft näherungsweise als reinen Sauerstoff und diesen als ideales Gas. Der Luftdruck soll 1013 hPa betragen und sich durch das Heizen nicht verändern.

a) Wie groß ist die in der Zimmerluft anfänglich enthaltene Energie?

b) Wie groß ist die Energie der Zimmerluft nach Beendigung des Heizvorgangs?

c) Welche Wärmeenergie hat die Heizung abgegeben?

Lösung

a) Für ein 2-atomiges ideales gas gilt $U = \frac{5}{2}\nu RT$

$$\nu = \frac{pV}{RT}, \quad \rightarrow U = \frac{5}{2}pV = 19,0MJ \tag{1}$$

2pt.

b) Druck verändert sich nicht, Volumen des Zimmers auch nicht

$$\rightarrow \Delta U = 0 \tag{2}$$

1pt.

c) leider kann man $\Delta Q = \nu c_p R \Delta T$ verwenden,da die Stoffmenge sich ändert

$$\nu T = \nu_0 T_0, \quad \rightarrow \nu(T) = \frac{\nu_0 T_0}{T} \tag{3}$$

$$\rightarrow \Delta Q = \int_{T_i}^{T_f} \delta Q = \int_{T_i}^{T_f} \frac{7}{2} R \frac{\nu_0 T_0 dT}{T} = \frac{7}{2}\nu_0 R T_0 ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) \tag{4}$$

$$\nu_0 = \frac{pV}{R_0}, \quad \Delta Q = \frac{7}{2}pVln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = 550kJ \tag{5}$$

4pt.

Aufgabe 2 (8pt.)

Mit einer idealen Carnot-Maschine soll ein Kreisprozess durchgeführt werden. Der Zylinder der Maschine ist mit 0,12 mol eines idealen 2-atomigen Gases gefüllt und durch einen reibungsfrei gleitenden Kolben abgeschlossen. Die beiden Wärmereservoire haben die Temperaturen $T_h = 560K$ und $T_c = 300K$. Der Ausgangsdruck im Kolben sei $p_1 = 7,5 \cdot 10^5 N/m^2$, die Ausgangstemperatur T_1 und der Gaskonstante $R = 8,314 \frac{J}{molK}$.

a) Welches Ausgangsvolumen hat das Gas?

b) Das Gas werde im ersten Teilprozess isotherm ausgedehnt mit einem Enddruck von $p_2 = 3,3 \cdot 10^5 N/m^2$. Welches Volumen V_2 hat das Gas danach?

c) Welche Arbeit ΔW_I verrichtet das Gas im ersten Teilprozess, welche Wärmemenge ΔQ_I wird ihm dabei zugeführt?

d) Im zweiten Teilprozess wird das Gas adiabatisch ausgedehnt, bis es sich auf die Temperatur T_c abgekühlt hat. Welches Volumen V_3 hat das Gas danach?

e) Welche Arbeit ΔW_{III} muss im folgenden, dritten Teilprozess am Gas verrichtet werden, um es isotherm aus das Volumen auf das Volumen $V_4 = 3,55 \cdot 10^{-3} m^3$ zu komprimieren?

f) Im vierten/letzten Teilprozess wird das Gas adiabatisch auf das Ausgangsvolumen komprimiert. Bestimmen Sie die resultierende Endtemperatur.

Lösung

a)

$$V_1 = \frac{\nu R T_h}{p_1} = 7,45 \cdot 10^{-4} m^3 \tag{6}$$

1pt.

b)

$$p_2 V_2 = p_1 V_1 \quad \rightarrow V_2 = \frac{P-1V-1}{P_2} = 1,69 \cdot 10^{-3} m^3 \tag{7}$$

1pt.

c)

$$\Delta W_I = -\int_{V_1}^{V_2} p dV = -\nu R T_h \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = -\nu R T_h ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -458J = -\Delta Q_I \tag{8}$$

2pt.

d) Aus der Gasgleichung $\frac{p_3 V_3}{T_c} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ und Adiabatengleichung $p_3 V_3^\kappa = p_2 V_2^\kappa$

$$\frac{T_2}{T_c} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} \quad \rightarrow V_3 = V_2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_c}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = 8,05 \cdot 10^{-3} m^3 \tag{9}$$

2pt.

e)

$$\Delta W_{III} = -\int_{V_3}^{V_4} pdV = -\nu R T_h ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = 295J \tag{10}$$

1pt.

f)

$$\frac{T_c}{T_f} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\kappa-1} \quad \rightarrow T_f = T_c \cdot \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\kappa-1} = 560K = T_h \tag{11}$$

1pt.

Aufgabe 3 (5pt.)

a) Ein Stahlblock ($c_S = 0,7kJ/kgK$) mit einem Gewicht von 14 kg wird zum Biegen von 20°C auf 1100°C erwärmt. Welche Wärmemenge muss ihm dabei zugeführt werden?

b) Nachdem der Stahl sich danach auf 850°C abgekühlt hat, wir er in einem Wasserbad ($c_W = 4,2kJ/kgK$) mit einer Temperatur von 30°C und 1000kg Fassungsvermögen, abgeschreckt. Welche Gleichgewichtstemperatur stellt sich ein, wenn der Behälter von außen vollkommen wärmeisoliert ist und seine (gesamte) Wärmekapazität $C_B = 20kJ/K$ beträgt?

Lösung

$T_1 = 20°C$, $T_2 = 1100°C$, $T_{i,S} = 850°C$, $T_{i,W} = 20°C$, $T_{i,B} = T_{i,W}$

a)

$$\Delta Q_{a)} = mc_S(T_2 - T_1) = mc_S \cdot 1080K = 10,6MJ \tag{12}$$

2pt.

b) Im Gleichgewicht gilt $\Delta U = 0$, Gesucht ist die endgültige Gleichgewichtstemperatur T_G.

$$\Delta Q_{S,850°C \rightarrow T_G} + \Delta Q_{W,20°C \rightarrow T_G} + \Delta Q_{B,20°C \rightarrow T_G} \tag{13}$$

$$m_S c_S (T_{i,S} - T_f) + m_W c_W (T_{i,W} - T_f) + C_B (T_{i,B} - T_f) \tag{14}$$

$$\rightarrow T_f = \frac{m_S c_S T_{i,S} + m_W c_W T_{i,W} + C_B T_{i,B}}{m_S c_S + m_W c_W + C_B} = 305K = 32°C \tag{15}$$

3pt.

Aufgabe 4 (4 pt.)

Auf zwei konzentrisch leitenden Kugelflächen mit den Radien mit den Radien R_1 und R_2 befinden sich die Ladungen $+Q$ und $-Q$.

a) Bestimmen Sie die Feldstärke zwischen den beiden Kugeln als Funktion von r.

b) Bestimmen Sie die Potentialdifferenz zwischen den beiden Kugeln.

c) Wie groß ist die Kapazität des Kugelkondensators?

Lösung

a) Die Feldstärke zwischen den beiden Kugeln ergibt sich aus dem Volumenintegral über eine Gaußkugel mit dem Radius $R_1 < r < R_2$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{16}$$

Das Feld im Zwischenraum ist von der Form $\vec{E}(\vec{r}) = E\vec{e}_r$. Der Satz von Gauß liefert

$$4\pi r^2 E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0} \tag{17}$$

also

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\vec{e}_r \tag{18}$$

[2 pt.]

b) Die Potentialdifferenz ist gerade

$$\Phi(\vec{R}_1) - \Phi(\vec{R}_2) = \int_{\vec{R}_1}^{\vec{R}_2} \vec{E} \mathrm{d}\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} E \mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{19}$$

[1 pt.]

c) Die Kapazität eines beliebigen Kondensators ist gerade

$$C = \frac{Q}{U} \tag{20}$$

Einsetzen der Ergebnisse aus den anderen Teilaufgaben

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \tag{21}$$

[1 pt.]

Aufgabe 5 (5pt.)

In einer Braunschen Röhre werden Elektronen von einer Glühkathode ins Vakuum emittiert und anschließend in einem homogen elektrostatischen Feld $\vec{E}$ auf ein Anodengitter beschleunigt.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung eines Elektrons in der Braunschen Röhre auf.

b) Lösen Sie die Bewegungsgleichung. Gehen Sie davon aus, dass sich das Elektron unmittelbar nach der Emission in Ruhe befindet.

c) Zeigen Sie, dass die Geschwindigkeit des Elektrons nachdem es die Beschleunigungsstrecke s zwischen Kathode und Anode durchlaufen hat, nur von der Spannung U abhängig ist, also vom Produkt $U = E \cdot s$.

Lösung

a) Die Bewegungsgleichung ist

$$m_e \ddot{x} = e \cdot E \tag{22}$$

[1 pt.]

b) Die Lösung der Bewegungsgleichung erfolgt durch Integration von

$$\ddot{x}(t) = \frac{e \cdot E}{m_e} \tag{23}$$

also erst mal die Geschwindigkeit

$$\dot{x}(t) = \frac{e \cdot E}{m_e} t \tag{24}$$

und damit die Trajektorie

$$x(t) = \frac{e \cdot E}{2m_e} t^2 \tag{25}$$

[2]

c) Über die Beschleunigungsstrecke s mit dem Ergebnis aus der vorherigen Aufgabe

$$x(t) = s \tag{26}$$

erhält man die Zeit, die die Elektronen benötigen, um die Strecke s zu durchlaufen

$$t = \sqrt{\frac{2m_e s}{eE}} \tag{27}$$

Eingesetzt in die Geschwindigkeit erhält man

$$v = \frac{eE}{m_e} \sqrt{\frac{2m_e s}{eE}} = \sqrt{\frac{2eEs}{m_e}} \tag{28}$$

[2] pt.

Aufgabe 6 (8 pt.)

Eine Spule mit Induktivität $L = 2.2H$ wird zum Zeitpunkt $t = 0$ über einen Widerstand $R = 470\Omega$ mit einer Batterie mit $U = 9V$ verbunden.

a) Stellen Sie die Differentialgleichung auf, die den Stromfluss durch die Spule beschreibt. Lösen Sie mit korrekten Anfangsbedingungen.

b) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Spannung und der Stromstärke an der bzw. durch die Spule qualitativ.

c) Wie viel Energie wird in Wärme umgewandelt bis zu dem Zeitpunkt, an dem die Stromstärke 90% ihres Maximalwertes erreicht?

Lösung

a) Mit der Maschenregel gilt

$$U - L \cdot \dot{I} - R \cdot I = 0 \;\Leftrightarrow\; \dot{I} + \frac{R}{L} \cdot I = \frac{U}{L} \tag{29}$$

Mit dem üblichen Ansatz $I(t) = A \exp[-\lambda t]$ und der konstanten Lösung $\frac{U}{R}$ erhält man

$$I(t) = A \exp[-\frac{R}{L}t] + \frac{U}{R} \tag{30}$$

Einarbeitung der Anfangsbedingungen

$$I(0) = A + \frac{U}{R} = 0 \;\Rightarrow\; A = -\frac{U}{R} \tag{31}$$

Das Endergebnis ist also

$$I(t) = \frac{U}{R}(1 - \exp[-\frac{R}{L}t]) \tag{32}$$

[4 pt.]

b) Die Graphen ergeben sich aus der Betrachtung der

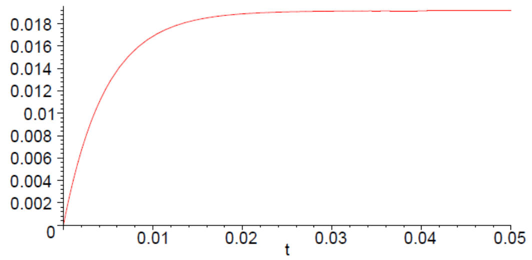

Abbildung 1: Strom durch die Spule

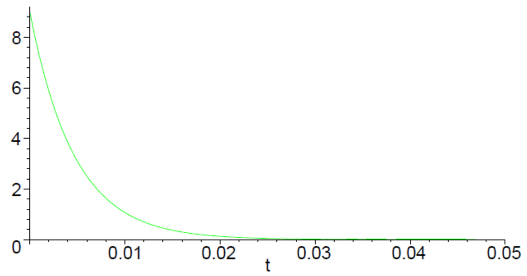

Abbildung 2:

[1 pt.]

c) Die Stromstärke erreicht 90% ihres Maximalwertes zur Zeit t mit

$$\exp[-\frac{R}{L}t] = 0.1 \tag{33}$$

also

$$t = \frac{L}{R}\ln(10) = T_{90} \tag{34}$$

Damit kann die Energie, die durch den Widerstand verbraten wird, mit

$$W = R\int_0^{T_{90}} \mathrm{d}t I^2(t) = \int \frac{U^2}{R}\mathrm{d}t(1 - 2\exp[-\frac{R}{L}t] + \exp[-2\frac{R}{L}t]) \tag{35}$$

berechnet werden. Ausführen des Integrals und einsetzen liefert

$$W = \frac{U^2}{R}\left[t + \frac{2L}{R}\exp[-\frac{R}{L}t] - \frac{L}{2R}\exp[-2\frac{R}{L}t]\right]_0^{T_{90}} = 0.042\mathrm{J} \tag{36}$$

[3 pt.]

Aufgabe 7 (8 pt.)

Strom fließt durch einen unendlich langen Draht mit Radius a. Dabei ist die elektrische Stromdichte j_0 konstant, homogen und zeigt aus der Abbildung hinaus:

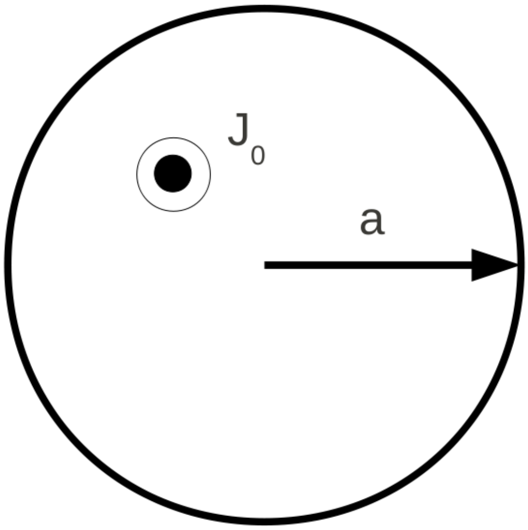

Abbildung 3: Aufgabe 7 a)

a) Berechnen Sie die Größe des Magnetfeldes $B(r)$ für einen Radius $r < a$ und einen Radius $r > a$. Geben Sie in beiden Fällen die Richtung des Magnetfeldes ein.

b) Was passiert mit der Richtung des Magnetfeldes, wenn die Richtung des Stroms umgekehrt wird, so dass er in die Zeichenebene hineinfließt?

c) Durch den Draht wird jetzt ein Loch gebohrt. Das Loch hat den Radius b mit $2b < a$ und ist in der Abbildung gezeigt. Der Punkt O befindet sich in der Mitte des Drahtes und der Punkt M ist in der Mitte des Lochs. In diesem modifizierten Draht existiert eine Stromdichte und bleibt gleich j_0 über den verbleibenden Querschnitt des Drahtes. Berechnen Sie die Größe des Magnetfeldes bei M, bei L und bei N und begründen Sie Ihre Antworten.

Lösung

a) Für $r < a$ ergibt sich aus dem Ampereschen Gesetz

$$\oint \vec{B} \mathrm{d}\vec{s} = 2\pi r B = \mu_0 I = \mu_0 j_0 \pi r^2 \tag{37}$$

und damit das Magnetfeld mit

$$B = \frac{\mu_0 j_0 \pi r^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j_0 r}{2} \tag{38}$$

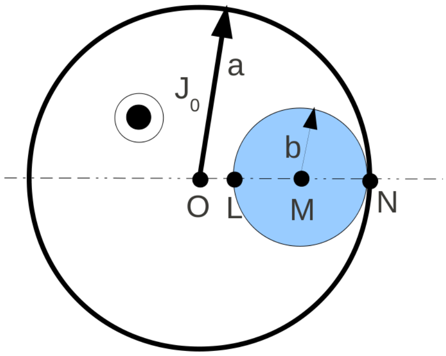

Abbildung 4: Aufgabe 7 c)

Für $r > a$

$$\oint \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 2\pi r B = \mu_0 I = \mu_0 j_0 \pi a^2 \tag{39}$$

und dann ist das Magnetfeld gegeben durch

$$B = \frac{\mu_0 j_0 \pi a^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j_0 a^2}{2r} \tag{40}$$

[4 pt]

b) Wenn die Richtung des Stromes umgekehrt wird, so dreht sich auch die Richtung des Magnetfeldes: Es geht dann im Uhrzeigersinn und nicht mehr gegen den Uhrzeigersinn. Die Größe des Magnetfeldes ändert sich nicht. **[1 pt]**

c) Der Trick bei dieser Aufgabe besteht darin, zu erkennen, dass man diese Konfiguration als die Superposition von zwei verschiedenen Drähten begreifen kann. Durch den Draht mit dem Radius a fließt Strom aus der Zeichenebene hinaus, während durch den Draht mit Radius b Strom in die Zeichenebene hineinfließt, mit derselben Stromdichte. Die Superposition der beiden Stromdichten j_0 und $-j_0$ ergibt null im Bereich des Loches. Bei allen Punkten L, M, N befinden wir uns auf der rechten Seite des großen Drahtes, daher zeigt das Magnetfeld nach oben auf der Zeichenebene. Für den kleinen Draht müssen wir die Richtung des Feldes für jeden der drei Punkte getrennt ermitteln.
Beim Punkt M befinden wir uns im Mittelpunkt des kleinen Drahtes; daher trägt er nicht zum Magnetfeld bei. Wir befinden uns also bei einem Radius $r = a - b$ innerhalb des großen Drahtes und daher ist das Magnetfeld gegeben durch

$$B = \frac{\mu_0 j_0 (a - b)}{2} \tag{41}$$

Es zeigt nach oben. Beim Punkt L überlagern sich nun die Magnetfelder: es gibt das Feld in Uhrzeigerrichtung des kleinen Drahtes sowie das Feld gegen die Uhrzeigerrichtung des großen Drahtes. Wir befinden uns bei einen Radius $r = a - b$

im großen Draht. Beide Magnetfelder zeigen nach oben; daher kann man durch Addition das Magnetfeld ermitteln:

$$B = \frac{\mu_0 j_0 (a - 2b)}{2} + \frac{\mu_0 j_0 b}{2} = \frac{\mu_0 j_0 (a - b)}{2} \tag{42}$$

B zeigt nach oben. Bei Punkt N befinden wir uns zur Rechten des kleinen Drahtes bei $r = b$; das im Uhrzeigersinn gerichtete Feld zeigt also nach unten. Daher muss man nun subtrahieren:

$$B = \frac{\mu_0 j_0 a}{2} - \frac{\mu_0 j_0 b}{2} = \frac{\mu_0 j_0 (a - b)}{2} \tag{43}$$

Das Feld zeigt also auch an dieser Stelle nach oben. Man kann diese Teilaufgabe nicht mithilfe des Ampereschen Gesetzes lösen. Das Loch zerstört die zylindrische Symmetrie des Drahtes. Daher ist B nict mehr auf einer Kreislinie konstant, so dass $\oint \vec{B} d\vec{s} \neq 2\pi r B$. **[3 pt.]**