Zwischenklausur
Theoretische Physik 2 (Elektrodynamik)
10. Januar 2012

Hilfsmittel: **keine**; Hinweise werden im Text gegeben.
Auf **jedem** Lösungsblatt angeben: **Name**, **Matrikel-Nr.**
Sie haben zur Bearbeitung **90 Minuten** Zeit.
Insgesamt können **100 Punkte** erreicht werden.

1. Elektrostatik

1.1 Wie lautet die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$, welche ein Potential $\phi(\vec{r}) = q/r$ mit der Ladung q erzeugt?

1.2 Man finde die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$, die ein Potential

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{r} e^{-\alpha r}$$

(mit $\alpha > 0$) erzeugt.
[1.1+1.2: **10 Punkte**]

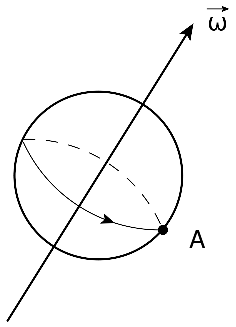
1.3 Man zeige, daß die zu $\rho(\vec{r})$ aus Aufg. 1.2 gehörige Gesamtladung Q verschwindet.
[**5 Punkte**]

2. Magnetostatik

2.1 Man bestimme das magnetische Moment $\vec{m}$ einer homogen geladenen Kugel (Radius a, Ladung q), die mit der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ um eine Achse durch den Kugelmittelpunkt rotiert.
Hinweise: die Geschwindigkeit eines Punktes der Kugel ist $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$;
$\vec{m} = \frac{1}{2c} \int d^3r \, (\vec{r} \times \vec{\jmath}(\vec{r})), \quad \vec{\jmath}(\vec{r})$ = Stromdichte, c = Lichtgeschindigkeit;
$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b})$;
$\int d\Omega \, r_i r_j = \frac{4\pi}{3} r^2 \delta_{ij}$.
[**20 Punkte**]

2.2 Man diskutiere die potentielle Energie der rotierenden Kugel in einem äußeren homogenen Magnetfeld $\vec{B}$ als Funktion des Winkels zwischen $\vec{\omega}$ und $\vec{B}$.
[**5 Punkte**]

2.3 Man betrachte das Elektron als rotierende Kugel der Ladung $q = -e$ (e = Elementarladung) mit dem Radius $a = e^2/(mc^2) \simeq 2.8\ 10^{-13}$ cm ("klassischer Elektronenradius"; Elektronenmasse $m \simeq 9.1\ 10^{-31}$ kg). Das magnetische Moment des Elektrons ist experimentell bestimmt zu $|\vec{m}| = \dfrac{e}{2mc^2}\gamma$ (wobei $\gamma \simeq 137\, e^2$). Wie groß ist die Tangentialgeschwindigkeit v_t eines Punktes A auf der Kugeloberfläche entlang der Äquatoriallinie (siehe Abb.)? Man vergleiche v_t mit der Lichtgeschwindigkeit c. Was



folgt hieraus für die Möglichkeit einer "klassischen Deutung" des Elektronenspins?
[**10 Punkte**]

3. Punktladung im Feld einer elektromagnetischen Welle

3.1 Eine monochromatische elektromagnetische Welle werde durch das Feld $\vec{E}(\vec{r}, t) = (E_x, E_y, E_z) = E_0(\cos(kz - \omega t), \sin(kz - \omega t), 0)$ beschrieben. Unter Verwendung der Maxwellgleichungen im Vakuum bestimme man das mit dem elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r}, t)$ assoziierte zeitabhängige Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r}, t)$.
[**10 Punkte**]

3.2 Man zeige, daß die zeitliche Änderung der Energie W eines (punktförmig gedachten) Teilchens der Ladung q, das sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ in einem äußeren elektromagnetischen Feld bewegt, gegeben ist durch $dW/dt = q\vec{v} \cdot \vec{E}$.
[**5 Punkte**]

3.3 Ein Teilchen der Ladung q und Masse m bewege sich im äußeren Feld der elektromagnetischen Welle aus Aufg. 3.1. Die Emission von Strahlung durch die bewegte Ladung werde venachlässigt.

a) Man stelle die Bewegungsgleichung für den Teilchenimpuls $\vec{p}$ auf.
[**10 Punkte**]

b) Welche Bahn beschreibt das Teilchen unter der Nebenbedingung, daß seine Energie W im äußeren Feld konstant bleibt? (Siehe Aufg. 3.2; Anfangsbedingung: $\dot{z}(t = 0) = 0$.)
[**20 Punkte**]

c) Man zeige, daß die Richtung des Impulses $\vec{p}$ zu jedem Zeitpunkt mit der Richtung des Magnetfeldes $\vec{B}$ zusammenfällt, und daß $|\vec{p}| = eE_0/\omega$.
[**5 Punkte**]

Klausur zur Theoretischen Physik 2 (Elektrodynamik)

24. Februar 2012

Hilfsmittel: **keine**; Hinweise werden im Text gegeben.
Auf **jedem** Lösungsblatt angeben: **Name**, **Matrikel-Nr.**
Sie haben zur Bearbeitung **90 Minuten** Zeit.
Insgesamt können **100 Punkte** erreicht werden.

1. Aufgabe

Vor einer unendlich ausgedehnten ebenen Fläche, die aus einem neutralen Leiter besteht, befinde sich eine Punktladung q (siehe Abb. 1).

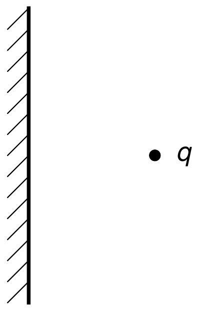


Abb. 1

a) Wie sieht das Potential $\phi(\vec{r})$ in der Nähe der Ladung q aus? Wie lautet die Randbedingung für $\phi(\vec{r})$ auf der leitenden Wand? [**5 Punkte**]

b) Ersetzen Sie die leitende Wand durch eine Scheinladung ("Spiegelladung"), so dass die Potentialverhältnisse von a) simuliert werden. Zeigen Sie, dass eine solche Anordnung durch die Dipolkonfiguration in Abb. 2 realisiert ist. Bestimmen Sie so das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ auf der leitenden Wand. [**10 Punkte**]

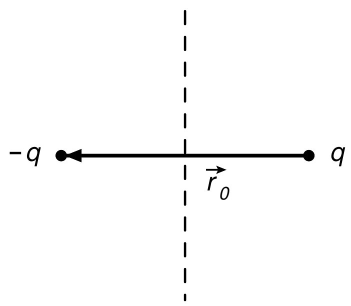


Abb. 2

c) Es sei nun F ein beliebiger Ausschnitt auf der leitenden Wandoberfläche. Man zeige: das Integral $\int_F d\vec{f}\cdot\vec{E}(\vec{r})$ ist proportional zum Raumwinkel Ω, unter dem der Ausschnitt F vom Ort der Punktladung q aus gesehen wird. [**5 Punkte**]

2. Aufgabe

Wir betrachten eine ebene Schicht der Dicke d im Vakuum (siehe Abb. 3). Die Schicht (Bereich (II)) besitze eine (reelle) Dielektrizitätskonstante ε und eine Leitfähigkeit σ (die magnetische Permeabilität sei $\mu = 1$).* Auf die Schichtebene falle aus dem Vakuum (Bereich (I)) eine ebene elektromagnetische Welle senkrecht ein. Zu bestimmen sind die Intensitäten der im Bereich (I) reflektierten und in den Bereich (III) durchgelassenen Wellen. Im einzelnen soll folgendermaßen vorgegangen werden:

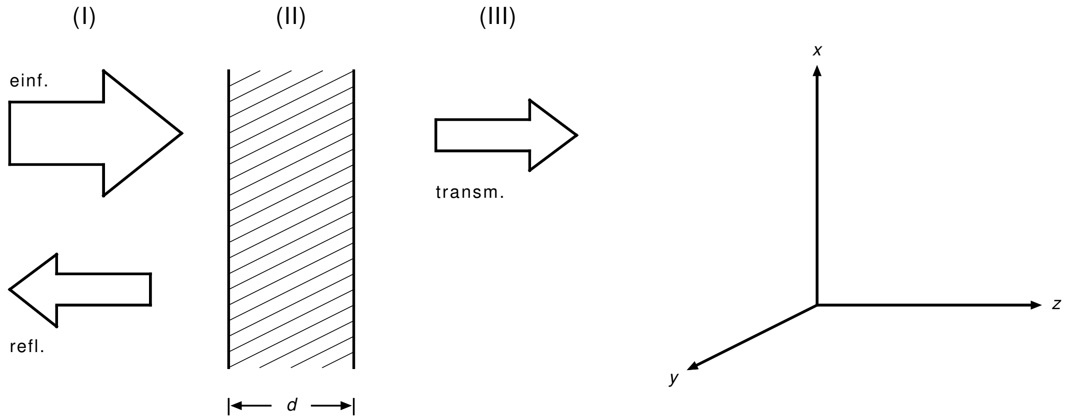


Abb. 3

a) Man leite aus den Maxwell-Gleichungen die Wellengleichung für das $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feld in den Vakuumbereichen (I) und (III) ab und zeige, dass $E_z = B_z = 0$. [**10 Punkte**]

b) Wie lautet die in x-Richtung linear polarisierte Lösung für $\vec{E}$ und die dazugehörige Lösung für $\vec{B}$ in den Bereichen (I) und (III)? Welcher Zusammenhang besteht zwischen der Frequenz ω und der Wellenzahl k? [**10 Punkte**]

c) Man formuliere die Maxwell-Gleichungen im Bereich (II) (d.h. im Inneren der Schicht). *Hinweis*: man berücksichtige das Ohmsche Gesetz $\vec{J} = \sigma\,\vec{E}$. [**10 Punkte**]

d) Wie lautet die Wellengleichung für $\vec{E}$ im Bereich (II)? Leiten Sie für den komplexen Brechungsindex n die Beziehung $n^2 = \varepsilon + 4\pi\, i\, \sigma/\omega$ ab. [**10 Punkte**]

e) Wie lauten die Anschlussbedingungen für $\vec{E}$ und $\vec{B}$ an den Grenzflächen? Wenden Sie die Anschlussbedingungen auf die in Abb. 3 angegebene Situation an. (Es ergeben sich vier lineare Gleichungen für die nicht verschwindenden Feldamplituden.) [**15 Punkte**]

f) Formulieren Sie das Reflexionsvermögen R und das Transmissionsvermögen T der Schicht durch geeignete Verhältnisse der Quadrate von Feldamplituden in den Bereichen (I) und (III). [**5 Punkte**]

g) Für $\sigma = 0$ ist der Brechungsindex $n = \sqrt{\varepsilon}$ reell. Man zeige, dass in diesem Fall für das Reflexionsvermögen gilt:

$$R = \frac{\sin^2(nkd)}{\sin^2(nkd) + \gamma^2}, \quad \text{mit } \gamma = \frac{2n}{1-n^2}.$$

Diskutieren Sie dieses Ergebnis als Funktion der Schichtdicke d. Bei welchen Wellenlängen $\lambda = 2\pi/(nk)$ ist R maximal? Bei welchen λ findet keine Reflexion statt? [**20 Punkte**]

*Wir verwenden das Gaußsche Maßsystem (cgs-System).