Ferienkurs Elektrodynamik WS 11/12
Übungsblatt 1

Tutoren:
Isabell Groß, Markus Krottenmüller, Martin Ibrügger

19.03.2012

Aufgabe 1 - Geladene Hohlkugel

In einer Hohlkugel befindet sich zwischen den Radien r_1 und r_2 eine konstante Raumladungsdichte ρ. Bestimmen Sie das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.

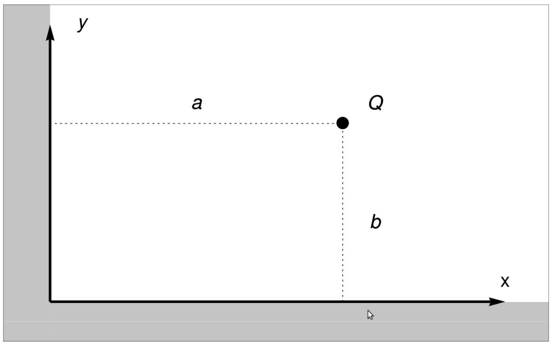
Aufgabe 2 - Spiegelladungen

Eine Ladung Q ist am Ort $\mathbf{r}_0 = (a, b, 0)$ vor einer unendlich langen, geerdeten Winkelplatte (Winkel 90°) fixiert, siehe Abbildung.

a) Berechnen Sie das elektrostatische Potential im Bereich $x > 0$ und $y > 0$ mittels Spiegelladungen.

b) Berechnen und interpretieren Sie die auf die Ladung wirkende Kraft.

c) Berechnen Sie die induzierte Oberflächenladungsdichte σ auf der Winkelplatte.



Aufgabe 3 - Energie des elektrischen Feldes

Berechnen Sie die Energie W, welche in dem elektrischen Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ einer homogen geladenen Kugel steckt. Die Kugel habe die Ladung Q und den Radius R.

Aufgabe 4 - Multipolmomente

Berechnen Sie das Monopolmoment, Dipolmoment und den Quadrupoltensor Q_{ij} der folgenden homogen geladenen Körper:

a) Einem rotationssymmetrischen Ellipsoids mit den Halbachsen $a = b$ und c

b) Einem Zylinder der Länge L und mit dem Radius R

In beiden Fällen ist das Koordinatensystem so zu wählen, dass der Ursprung sich im Zentrum des geladenen Körpers befindet. Die z-Achse zeige in Richtung der Symmetrieachse.

Aufgabe 5 - Sphärische Multipolmomente

Das Potential einer Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r})$ kann man mit der Formel aus der Vorlesung nach sphärischen Multipolmomenten q_{lm} entwickeln.

a) Gegeben sei eine sphärische Ladungsverteilung. Zeigen Sie, dass nur der Multipol mit $l = 0$ einen Beitrag liefert und berechnen Sie das Potential.

b) Bestimmen Sie das Potential eines homogen geladenen, unendlich dünnen Kreisrings in der x-y-Ebene mit Radius R und der Gesamtladung Q mittels Multipolentwicklung.

c) Gegeben sei die Ladungsverteilung aus vier Punktladungen $q_1 = q$ bei $r_1 = (a, 0, 0)$, $q_2 = q$ bei $r_2 = (-a, 0, 0)$, $q_3 = -q$ bei $r_3 = (0, a, 0)$ und $q_4 = q$ bei $r_4 = (0, -a, 0)$. Berechnen Sie die Multipolmomente des Systems dieser vier Ladungen allgemein. Für welche Werte von (l, m) verschwinden diese nicht? Berechnen Sie das niedrigste nichtverschwindende Multipolmoment.

Definition der Kugelflächenfunktionen:

$$Y_{lm}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} \sqrt{\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos(\theta)) e^{\mathrm{i}m\phi} = N_{lm} P_l^m(\cos(\theta)) e^{\mathrm{i}m\phi}$$