Ferienkurs Experimentalphysik 3

Probeklausur

Qi Li, Bernhard Loitsch, Hannes Schmeiduch

Freitag, 09.03.2012x

1 Gravitationsrotverschiebung

- a) Wie großist die relative Frequenzverschiebung $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ eines Photons, dass sich im Gravitationsfeld der Erde um die Strecke $s = 5m$ senkrecht zur Erdoberfläche nach oben bewegt?

  Lösung:

  Die potentielle Energie eines Photons in der Nähe der Erdoberfläche ist $U_P = mgs$, wobei $g = 9,81\frac{m}{s^2}$ die Gravitationskonstante ist und die Masse über $mc^2 = h\nu$ berechnet werden kann. Es gilt
  $$h\nu_s = h\nu - mgs = h\nu\left(1 - \frac{\nu gs}{c^2}\right)$$
  daraus folgt:
  $$\frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{gs}{c^2} = 5,45 \cdot 10^{-15}$$

- b) Ist die Verschiebung beobachtbar für:

  1. für Photonen aus einem atomaren Übergang des Natriums ($\lambda = 589,6nm$,$\tau = 16,4ns$)

  2. für γ-Quanten von einem Kernübergang von Zn ($E_\gamma = 93,32keV$, $\tau = 14,6\mu s$)

- Hinweis: Es gilt die Unschärferelation $\Delta E \cdot \tau = h$. Die Verschiebung ist beobachtbar falls $\frac{\Delta E}{E} \leq \frac{\Delta\nu}{\nu}$

  Lösung:

  Durch Umformen erhalten wir:
  $$\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{h}{\tau h\nu} = \frac{\lambda}{\tau c}$$
  Für den Natriumübergang erhalten wir $1,2 \cdot 10^{-7}$. Da diese viel breiter als die spektrale Halbwertsbreite ist, kann man die Rotverschiebung nicht erkennen. Für den Kernübergang erhalten wir allerdings $3,4 \cdot 10^{-15}$, was in der Größenordnung von der spektralen Halbwertsbreite liegt. Die Roverschiebung ist hier also beobachtbar.

2 Radius-Brennweiten-Beziehung

Eine Glaskörper hat eine konvex gewölbte Oberfläche mit Radius R.

Skizzieren sie den Verlauf eines Strahls der erst im Abstand h parallel zur optischen Achse verläuft, die Grenzfläche im Winkel α trifft, im Winkel β wieder verlässt und die optische Achse am Brennpunkt (innerhalb des Glaskörpers) im Winkel γ kreuzt. Benutzen sie das Snelliussche Gesetz:

$$n_1 sin\alpha = n_2 sin\beta$$

sowie den Strahlensatz und die Kleinwinkelnäherung um einen Ausdruck für die Brennweite in Abhängigkeit des Radiuses und den Brechungsindices zu finden.

Lösung:

Aus der Abbildung lässt sich ablesen, das gilt:

$$h = R \cdot sin\alpha = f \cdot tan\gamma$$

aus der Dreiecksgleichung folgt $\gamma = \alpha - \beta$, also gilt für die Brennweite:

$$f = \frac{R \cdot sin\alpha}{tan(\alpha - \beta)}$$

mit der Kleinwinkelnäherung folgt:

$$f = \frac{R \cdot \alpha}{\alpha - \beta}$$

und über Snellius

$$f = \frac{R \cdot \alpha}{\alpha - (\frac{n_1}{n_2})\alpha}$$

also

$$f = \frac{R \cdot n_2}{n_2 - n_1}$$

3 Dicke Linse

Eine dicke Linse besteht aus einen Material mit einem Brechungsindex $n = 1,5$. Sie sei $2mm$ dick, und habe auf der Vorder- bzw. Rückseite die Brennweite $20mm$ und $-30mm$. Berechnen sie die Brennweite der gesamten Linse. Ist die Brennweite gleich, egal warum wierum man sie dreht?

Lösung:

Für die Brennweite einer dicken Linse gilt:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{(n-1)d}{n \cdot R_1 \cdot R_2}\right)$$

mit $f_1 = 20mm$ und $f_2 = -30mm$, $d = 2mm$ und $n = 1,5$ findet man

$$f = 12,3mm$$

vertuscht man dagegen f_1 und f_2 erhält man:

$$f = -52,9mm$$

also wirkt die Linse in der einen als Sammel, in der anderen als Streulinse.

4 Reflektierende Oberflächen

Betrachten sie eine Plexiglasplatte mit Brechungsindex $n_{Plexiglas} = 1,49$ unter senkrechten Lichteinfall.Im folgenden soll Licht der Wellenlänge $\lambda = 528nm$ verwendet werden.

- a) Nun wird eine dünne Öl-Schicht mit Brechungsindex $n_l = 1,29$ aufgetragen. Wie dick muss die Schicht sein, dass nahezu die gesamte Intensität durch den Ölfilm transmittiert wird?

  Lösung: Damit nahezu die gesamte Intensität transmittiert wird, muss der reflektierte Strahl destruktiv interferieren. Die Bedingung, dass das erfüllt wird ist:

  $$\Delta s = \frac{\lambda}{2} = 2n_l d$$

  Daraus folgt die Dicke der Schicht zu:

  $$d = \frac{\lambda}{4n_l}$$

  Anmerkung: Die Airy-Formel (10.24a) aus Demtröder Experimentalphysik II kann hier nicht verwendet werden, da sie einen Phasensprung von π beinhaltet, der nur bei der Reflexion an der oberen Grenzfläche auftritt. In dieser Aufgabe tritt ein Phasensprung von π an beiden Grenzflächen auf.

- b) Trägt man auf die Platte nun abwechselnd dünne Schichten von zwei verschiedenen Polymeren mit Brechungsindizes n_1 und n_2 auf. Wie muss man die Dicken den beiden Schichten wählen, dass man maximale Reflexion bekommt?

  Lösung: Maximale Reflexion bedeutet, dass der Gangunterschied zwischen zwei Teilstrahlen ein Vielfaches von λ ist. Da die Brechungsindices abwechseln, findet bei jeder zweiten Reflexion ein Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$ statt. Für konstruktive Interferenz muss der zusätzliche Gangunterschied dies wieder kompensieren. So muss der optische Weg durch eine dünne Schicht (hin und zurück) gerade $\frac{\lambda}{2}$ sein

  $$\frac{\lambda}{2} = 2n_1 d_1 = 2n_2 d_2 \Rightarrow n_1 d_1 = n_2 d_2 = \frac{\lambda}{4}$$

5 Beugungsgitter

Auf ein Beugungsgitter mit 1000 Spalten pro mm fällt ein paralleles Lichtbündel mit $\lambda = 480nm$ unter dem Einfallswinkel $\alpha = 30°$ gegen die Gitternormale.

- a) Unter welchem Winkel β erscheint die erste Beugungsordnung? Gibt es eine zweite Ordnung?

  Lösung: Gittergleichung: $d \cdot (sin\alpha + sin\beta) = m\lambda$ mit $m = 1$ und $\alpha = 30°$

  $$sin\beta = \frac{\lambda}{d} - sin\alpha = -0,02 \rightarrow \beta = -1,3°$$

  Bezogen auf den Einfallswinkel, liegt der Beugungswinkel auf der anderen Seite der Gitternormalen. Der Winkel des geneigten Strahls gegen den einfallenden Strahl ist:

  $$\Delta\phi = \alpha - \beta = 31,3°$$

  Wegen

  $$sin\beta_2 = 2\frac{\lambda}{d} - sin\alpha = 0,96 - 0,5 = 0,46 < 1$$

  gibt es auch eine zweite Ordnung.

- b) Was ist der Winkelunterschied $\Delta\beta$ für zwei Wellenlänge $\lambda_1 = 480nm$ und $\lambda_2 = 481nm$?

  Lösung: Der Winkelunterschied $\Delta\beta$ berechnet sich aus $sin\beta_1 - sin\beta_2 = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{d} = 10^{-3}$. Für $\beta_1 = -1,3°$ folgt $\beta_2 = -1,241°$

6 Schwarzer Körper

Außerhalb der Erdatmosphäre misst man das Maximum des Sonnenspektrums bei einer Wellenlänge von $\lambda = 465nm$

- a) Betrachten Sie die Sonne näherungsweise als schwarzen Strahler und bestimmen Sie die Oberflächentemperatur T_S der Sonne.

  Lösung:

  Mit dem Wienschen Verschiebungsgesetz erhält man sofort die Lösung für die gesuchte Temperatur:

  $$\lambda_{max} = \frac{b}{T}$$

  $$\rightarrow T = \frac{b}{\lambda_{max}} = 6237K$$

- b) Die vom Merkur ausgesandte Schwarzkörperstrahlung entspricht einer Temperatur von $_{TM} = 442.5K$. Bestimmen Sie den Abstand r des Merkurs von der Sonne unter der Annahme thermischen Gleichgewichts und eines kreisförmigen Orbits. Der Radius der Sonne beträgt $R_S = 6.96 \cdot 10^5 km$, der des Merkurs ist $R_S = 2439,7$. (Nehmen Sie an, dass die Oberfläche des Merkurs nicht reflektierend ist!)

Lösung:

Die abgestrahlte Leistung der Sonne beträgt nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz

$$P_S = 4\pi \cdot R_S^2 \cdot \sigma \cdot T_S^4$$

mit σ als Stefan-Boltzmann-Konstante. Damit nun Gleichgewicht vorherrscht, muss die vom Merkus absorbierte Strahlungsleistung gleich seiner emittierten sein:

$$P_{abs} = P_S \cdot \frac{\pi R_M^2}{4\pi r^2} \stackrel{!}{=} 4\pi \cdot R_M^2 \cdot \sigma \cdot T_M^4 = P_{em}$$

Setzt man nun noch die Strahlungsleistung P_S der Sonne ein, muss nur noch nach r aufgelöst werden:

$$\frac{4\pi R_S^2 \sigma T_S^4 \pi R_M^2}{4\pi r^2} = 4\pi R_M^2 \sigma T_M^4$$

$$\rightarrow r^2 = \frac{T_S^4}{T_M^4} \frac{R_S^2}{4}$$

$$r = 6,914 \cdot 10^{10} m$$