Ferienkurs Experimentalphysik 3

Übung

Qi Li, Bernhard Loitsch, Hannes Schmeiduch

Dienstag, 06.03.2012

1 Seifenblasen

- a) Erklären Sie, warum Seifenblasen in bunten Farben schillern.
  Lösung:

  Die Farben der Seifenblase werden durch Interferenz an dünnen Schichten erzeugt. Für eine gegebene Schichtdicke erfüllen nur bestimmte Wellenlängen die Bedingung für konstruktive oder destruktive Interferenz. Nur diese Frequenzen werden jeweils verstärkt oder ausgelöscht, was eine bestimmte Farbe zur Folge hat.
  Verschiedene Dicken der Lamelle an unterschiedlichen Stellen führen zu verschiedenen Farben. Durch Gravitation und Bewegung der gesamten Blase fließt die Seifenlauge in der Haut. Dadurch entstehen Dickefluktuationen, und die Blase beginnt zu schillern.

- b) Eine Seifenblase, die von Luft umgeben ist, hat einen Brechungsindex von $1,34$. Ein Bereich erscheint im senkrecht reflektierten Licht rot ($\lambda_0 = 734nm$). Geben Sie zwei mögliche Schichtdicken der Seifenhaut an.
  Lösung:

  Durch Reflexion am optisch dichteren medium entsteht ein Phasensprung von π. Für konstruktive Interferenz gilt:

  $$m \cdot 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} 2nd + \pi$$

  $$\rightarrow d = \frac{\lambda}{4n}(2m-1) = 136,9nm \cdot (2m-1)$$

  Für m=1 und m=2 entstehen Schichtdicken von $d_1 = 137nm$ btw. $d_2 = 411nm$, und für m=3 und m=4 Schichtdicken von $d_3 = 685nm$ bzw. $d_4 = 958nm$

- c) Welche Wellenlängen aus dem sichtbaren Spektralbereich werden bei der Reflexion an einer 500nm dicken Seifenschicht mit dem Brechungsindex 1.34 bei senkrechtem Strahleinfall

  (i) verstärkt und

  (ii) ausgelöscht?

Das wahrnehmbare Lichtspektrum für das menschliche Auge liegt bei Wellenlängen zwischen $380nm$ - $780nm$.

Für Verstärkung gilt:

$$2nd = \frac{\lambda}{2}(2m-1)$$

$$\lambda_m = \frac{2680nm}{2m-1} \rightarrow \lambda_3 = 536nm, \lambda_4 = 383nm$$

Für Auslöschung gilt:

$$2nd = m\lambda_m$$

$$\lambda_m = \frac{1340nm}{m} \rightarrow \lambda_2 = 670nm, \lambda_3 = 447nm$$

2 Michelson-Interfereometer

Welche optischen Weglängendifferenzen in den beiden Armen eines Michelson-Interferometers sind höchstens zulässig, damit gerade noch Interferenzstreifen beobachtet werden können unter Verwendung von:

- a) Laserlicht ($\Delta\nu/\nu \approx 10^{-13}, \lambda \approx 550nm; \Delta\nu$ ist die Spektrale Halbwertsbreite).
  Die Kohärenzlänge berechnet sich aus der Lichtgeschwindigkeit c und der Kohärenzzeit: $\tau = \frac{1}{\Delta\nu}$

$$\Delta s = c \cdot \tau = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda}{\frac{\Delta\nu}{\nu}}$$

$$\Delta s_{Laser} = 5500km$$

- b) Licht aus einem angeregten Atomstrahl $\Delta\nu/\nu \approx 10^{-7}, \lambda \approx 550nm$

$$\Delta s_{Atomstrahl} = 5,5m$$

- c) weißem Licht (Näherung)

Bei weißem Licht besteht eine feste Phasebeziehung nur innerhalb eines einzelnen Wellenzuges. Für eine grobe Näherung betrachten wir Wellenlängen zwischen 400nm und 800nm. Es gilt also $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx (800nm - 400nm)/600nm = 2/3$. Dies muss noch durch $\Delta\nu/\nu$ ausgedrückt werden.
Hierfür benutzen wir:
$\nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow \frac{\delta\nu}{\delta\lambda} = -\frac{c}{\lambda^2} = -\frac{\nu}{\lambda} \rightarrow \frac{\delta\nu}{\nu} = -\frac{\delta\lambda}{\lambda} \rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu} = -\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$

$$\rightarrow \frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

Hierbei wurde der Übergang von infinitesimalen zu makroskopischen Verschiebungen in ν und λ durchgeführt, was eine Näherung darstellt. Somit kann man benutzen das $\frac{\Delta\nu}{\nu} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \approx (800nm - 400nm)/600nm = 2/3$ Damit erhalten wir:

$$\Delta s_{Licht} = 900nm$$

was also mit einer Wellenlänge vergleichbar ist.

3 Dreifachspalt

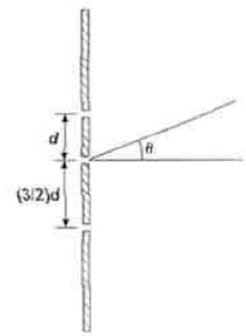

Abbildung 1: Dreifachspalt

Gegeben ist ein Dreifachspalt bei dem alle drei Spaltbreiten gleich seien. Die Abstände zwischen den Spalten ist d bzw. $\frac{3d}{2}$

- a) Bei welchem Winkel θ tritt das erste Hauptmaximum auf?
  Lösung:

  Die elektrische Feldstärke am Schirm ist die Summe der Feldstärken der einzelnen Spalten:

  $$E(\theta) = E_1 + E_2 + E_3 = A + Ae^{i\delta} + Ae^{i\frac{5}{2}\delta}$$

  Hierbei ist $\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} sin\theta$. Die Intensität ist prop. zum Betragsquadrat der Feldstärke.

  $$I(\theta) =\propto A^2 \left(3 + 2\left(cos\delta + cos(\frac{3\delta}{2}) + cos(\frac{5\delta}{2})\right))\right)$$

  Für $\theta = 0$ erhalten wir $I(0) \propto 9A^2$ Das erste Hauptmaxima tritt bei $\delta = 4\pi$ auf. Der zugehörige Winkel ist $sin\theta = \frac{2\pi}{d}$

- b) Das Ergebnis aus a) sei θ_1. Die Intensität in Richtung des Maximums nullter Ordnung sei I_0. Wie groß ist die Intensität in Richtung $\theta_1/2$
  Lösung:

  $I(\theta_1/2) \propto A^2(3 + 2(cos2\pi + cos3\pi + cos5\pi) = A^2 \propto \frac{I_0}{9}$

4 Thermische Neutronen

Ein Strahl von thermischen Neutronen mit einer kinetischen Energie von $25meV$ trifft auf ein Paar extrem dünner Spalte, die einen Abstand von $0.1mm$ haben.

- a) Wie groß ist der Abstand zwischen benachbarten Minima auf einem neutronensensitiven Schirm, der sich 20 m hinter den Spalten befindet? (Hinweis: Zwischen dem Impuls p eines Teilchens und der Wellenlänge seiner Materiewelle besteht die de Broglie-Beziehung $\lambda = \frac{h}{p}$, wobei $h = 6.626 \cdot 10^{-34} Js$ die Planck-Konstante ist.)
  Lösung:

  Die Beziehung zwischen kinetischer Energie und de-Broglie Wellenlänge ist
  $$p = \sqrt{2E_{kin}m} = \frac{h}{\lambda}$$
  Aus der Energie kann man demnach die Geschwindigkeit und Wellenlänge berechnen.
  $$E_{kin} = 25meV \rightarrow v = 2187\frac{m}{s}, \lambda = 1,8 \cdot 10^{-10}$$
  Berücksichtigt man die Kleinwinkelnäherung, so ergibt sich für die Begung am Doppelspalt die Bedingung für ein Minima zu:
  $$\Delta s = g\frac{x}{l} = \frac{\lambda}{2}(2m+1) > \lambda(m+\frac{1}{2})$$
  Hierbei ist Δs der Gangunterschied zwischen den beiden Strahlgängen, x die Position der Minima, l der Abstand zwischen Gitter und Schirm und g der Gitterabstand (also in diesem Fall der Abstand zwischen den beiden Spalten). Gesucht ist der Abstand benachbarter Minima Δx. Man muss also den Fall m und m + 1 betrachten. Es ergibt sich
  $$\Delta x = \frac{l}{g}\lambda = 36\mu m$$

5 Kristallines Natrium

- a) Bei welchen Beugungswinkeln tritt Bragg-Reflexion auf? In kristallinem Natrium sitzen die Atome auf den Eck- und Mittelpunkten eines Gitters (flächenzentriert kubisches Gitter), das aus würfelförmigen Einheitszellen der Kantenlänge $a = 4.29Å$ aufgebaut ist. Sie beugen monochromatische Röntgenstrahlung der Wellenlänge $\lambda = 1.54Å$ an den zu den Würfelseiten parallelen Netzebenen.
  Lösung:

  Es ist im Wesentlichen nach der Bragg-Beziehung gefragt. Trifft Röntgenlicht auf das drei- dimensionale Gitter, so interferieren die an verschiedenen Netzebenen gestreuten Strahlen konstruktiv, wenn der Gangunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge λ beträgt. Dies führt zur Bragg-Bedingung
  $$n\lambda = 2dsin\theta$$

Der Netzebenenabstand parallel zu den Würfelseitenflächen beträgt $d = \frac{a}{2} = 2,145Å$, da man ja die Mittelatome mitzählen muss. Daraus folgt, dass

$$sin\theta_n = 0,359n$$

Also

$$\theta_n = arcsin(0,359n)$$

mit

$$n = 1,2,...$$

Lösungen sind

$$\theta_1 \approx 21,0°, \theta_2 \approx 45,9°$$

Für größere n gibt es keine Lösung

- b) Ein Neutronenstrahl fällt auf polykristallines Wismut (größter Gitterebenenabstand 4Å). Man suche den Energiebereich der Neutronen, für den dieser Filter keine kohärente Streuung liefert. Leiten Sie diesen aus dem Ausdruck $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ her.
  Lösung:

  Es gilt natürlich wieder die Bragg-Bedingung

  $$n\lambda = 2dsin\theta$$

  Sie kann nicht mehr erfüllt werden, wenn $\lambda > 2d_{max}$ ist, also

  $$\lambda > 0,8nm$$

  Oberhalb dieser Grenzwellenlänge gibt es keine kohärente Streuung mehr. Es ist $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ also folg

  $$\frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

  Also ist der gesuchte Energiebereich

  $$0 \leq E \leq \frac{1}{2m}\left(\frac{h}{2d_{max}}\right)^2 = 1,3 \cdot 10^{-3}eV$$

6 Doppelbrechung

Licht der Wellenlänge $\lambda = 589,3nm$ in Luft treffe so auf eine Scheibe aus Kalkspat, dass der ordentliche und außerordentliche Strahl sich in die gleiche Richtung ausbreiten. Wann ist das der Fall? Wie groß ist die Phasendifferenz $\delta\phi$ der beiden Strahlen nach dem Durchlaufen der Schicht der Dicke $d = 2\lambda$, wenn der Brechungsindex für den ordentlichen $n_o = 1,65836$ und fr den außerordentlichen $n_{ao} = 1,48641$ ist?
Lösung:

Wenn Licht senktrecht auf die Oberfläche eines doppelbrechenden Kristalls trifft und dabei gleichzeitig senkrecht zur optischen Achse den Systems steht, dann breiten sich der ordentliche und außerordentliche Strahl in der gleichen Richtung, aber mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aus. Deswegen entsteht eine Phasendifferenz. Die Wellenlängen der beiden Strahlen ergeben sich zu:

$$\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o}$$

$$\lambda_{ao} = \frac{\lambda}{n_{ao}}$$

Die Anzahl der Wellenlängen im Kristall ist gegeben durch:

$$N_o = \frac{d}{\lambda_o}$$

$$N_{ao} = \frac{d}{\lambda_{ao}}$$

Auf die Phasendifferenz umgerechnet ergibt sich:

$$\Delta\phi = 2\pi(N_o - N_{ao}) = 2\pi(n_o - n_{ao})\frac{d}{\lambda} \approx 2,16$$