

1 Quickies

1. Wie lautet die Bewegungsgleichung eines Fadenpendels der Länge l und der Masse m im Schwerfeld $-\mathbf{g}\mathbf{e}_z$ der Erde?
2. Ein Tennisball springt elastisch auf einer horizontalen Platte. Wie hängt die Periode der Bewegung von der maximalen Höhe h_{max} ab, die der Ball erreicht?
3. Ein Massepunkt m sei durch zwei Federn der Federkonstante k mit zwei Wänden verbunden. Die Federn seien auf einer Linie. Betrachte kleine Auslenkungen des Massepunktes aus der Gleichgewichtslage entlang der Verbindungslinie und gebe die Eigenfrequenz an.
4. Begründe die Kleinwinkelnäherung $x \approx \sin x \approx \tan x$.

2 Harmonischer Oszillator

Stelle die Bewegungsgleichung für den gedämpften harmonischen Oszillator auf und finde die Lösungen der Bewegungsgleichung.

3 Gekoppelter Oszillator

Die Bewegung zweier durch eine Feder (Federkonstante k , Gleichgewichtslänge l) verbundene Massen m_1 und $m_2 < m_1$ seien auf die z -Achse, welche gleich der Symmetrieachse ist eingeschränkt. Das System falle zunächst frei aus der Höhe h (Abstand der unteren Masse zum Boden) im homogenen Schwerfeld g , wobei die beiden Massen stets den Abstand l behalten und die größere Masse unten ist. Zum Zeitpunkt $t = 0$ stoße die untere Masse am Boden total elastisch auf (instantane Umkehr der Geschwindigkeit). Nimm an, dass genau ein Stoß mit dem Boden stattfindet.

- a) Formuliere die Bewegungsgleichungen für die Koordinaten der Massen z_1 und z_2 für $t > 0$.
- b) Führe die Schwerpunkts- und Relativkoordinate ein $z_S = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}$ $z_R = z_2 - z_1$ und gib die Bewegungsgleichungen dafür an.
- c) Gib die Anfangswerte für z_S , z_R und die Geschwindigkeiten unmittelbar nach dem Stoß bei $t = 0$ an und bestimme die zugehörige Lösung der Bewegungsgleichungen.
- d) Wie hoch steigt der Schwerpunkt des Systems nach dem Stoß? Benutzen Sie die Energieerhaltung in der Schwerpunktsbewegung.

4 Tunnel

Zwischen zwei Städten soll ein 500 km langer Tunnel gegraben werden, in dem Züge verkehren. Ein solcher Zug bewege sich reibungslos unter dem Einfluss der Schwerkraft $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$. Betrachte die Erde als eine ideale Kugel mit Radius $R = 6400$ km.

- a) Formuliere die Bewegungsgleichung für $x(t)$ im Falle $L \ll R$, $|\mathbf{g}| = g = \text{const}$.
- b) Gib die Lösung der Bewegungsgleichung an.

- c) Wie lange dauert die Fahrt durch den gesamten Tunnel für einen Zug mit Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 0$
- d) Wie groß ist die mittlere und maximale Geschwindigkeit des Zuges?