

FERIENKURS EXPERIMENTALPHYSIK 4

2010

Probeklausur

1 Allgemeine Fragen

- a) Welche Relation muss ein Operator erfüllen damit die dazugehörige Observable eine Erhaltungsgröße darstellt?
- b) Was versteht man unter Luminosität?
- c) Was versteht man unter der Heisenbergschen Unschärferelation für Ort und Impuls?
- d) Wie werden Bosonen und Fermionen definiert und was besagt das Pauli-Prinzip?
- e) Erklären Sie die Quantenzahlen n , l , m . Welche Rolle spielen sie im Wasserstoffatom?
- f) Was versteht man allgemein unter einem Satz von guten Quantenzahlen? Was sind die guten Quantenzahlen für ein einfaches, wasserstoffähnliches Atom ohne und mit Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung?
- g) Sie haben bei der Führung am CERN nicht aufgepasst und Ihnen ist leider entgangen, ob an einem Streuexperiment identische Bosonen oder Fermionen aufeinander geschossen werden. Glücklicherweise sehen Sie ein Diagramm, welches die Detektorzählrate der elastischen Streuung in Abhängigkeit des Streuwinkels zeigt und finden dies raus. Wie?
- h) Nennen Sie mindestens zwei Gründe, weshalb stationäre Zustände in der Quantenmechanik eine so wichtige Rolle spielen.
- i) Was ist die Bedeutung der Wellenfunktion in der Quantenmechanik?
- j) Wie lauten die Auswahlregeln für elektrische Dipolübergänge?
- k) Wie lauten die Energie-Eigenwerte E_n des eindimensionalen harmonischen Oszillators im stationären Zustand?
- l) Was versteht man unter entarteten Energieniveaus?

Sie sollten für die Beantwortung der Fragen nicht zu viel Zeit aufwenden. Kurze und prägnante Antworten reichen völlig!

2 Potentialmulde

Gegeben sei eine rechteckförmige Potentialmulde der Breite $b > 0$ und der Tiefe $-V_0$ mit $V_0 > 0$

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ (Bereich I)} \\ -V_0 & 0 < x < b \text{ (Bereich II)} \\ 0 & x > b \text{ (Bereich III)} \end{cases}$$

Eine ebene Materiewelle (Energie $E > 0$, Masse m) treffe von links auf diese Potentialmulde. Der Betrag des Wellenvektors in den drei Bereichen soll mit k_I , k_{II} bzw. k_{III} bezeichnet werden.

- Die Energie E des Teilchens sei nun fest vorgegeben. Berechnen Sie die Muldentiefe V_0 in Abhängigkeit der Energie E , so dass gilt: $k_{II} = 4k_I$.
- Die Muldentiefe erfüllt nun die Bedingung aus a) (d.h. $k_{II} = 4k_I$). Geben Sie für alle drei Bereiche I, II und III die zugehörigen, resultierenden Ortswellenfunktionen $\phi_I(x)$, $\phi_{II}(x)$ und $\phi_{III}(x)$ mit allgemeinen Amplitudenkoeffizienten an.
Hinweis: Verwenden Sie für die ebene Teilchenwelle die komplexe Schreibweise und überlegen Sie, welche Wellenkomponenten in den jeweiligen Bereichen auftreten.
- Stellen Sie die Gleichungen auf, welche die Ermittlung der Amplitudenkoeffizienten aus b) erlauben.
- Betrachten Sie nun zusätzlich den Spezialfall $\lambda_I = b/2$, wobei λ_I die Materiewellenlänge im Bereich I bezeichnet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit T , mit der das Teilchen die Potentialmulde überwindet.

3 Zeemann-Effekt

Der atomare Übergang $7^3S_1 \rightarrow 6^3P_2$ in Quecksilber entspricht einer Wellenlänge von $\lambda = 546.10 \text{ nm}$.

- Welcher Zeeman-Effekt liegt vor, der normale, oder der anomale?
- Berechnen Sie die Landé-Faktoren g_j der beiden Zustände und bestimmen Sie die Aufspaltung des Levels 6^3P_2 Levels, wenn das 7^3S_1 Level mit $\Delta E = 3 \cdot 10^{-5} \text{ eV}$ aufspaltet.
- Skizzieren Sie ein Termschema, das diese Aufspaltung zeigt und zeichnen Sie die mit der Auswahlregel $\Delta m_j = 0, \pm 1$ erlaubten Übergänge ein.

4 Hyperfeinstruktur

Wie groß ist das durch das $1s$ -Elektron am Ort des Protons ($I = 1/2$, $g_I = 5.58$) im Wasserstoffatom verursachte Magnetfeld, wenn die Hyperfeinstruktur ($\lambda = 21 \text{ cm}$) im $1s$ -Zustand durch die beiden Einstellungen des Kernspins erklärt wird?

5 Betazerfall von Tritium

Beim β^- -Zerfall zerfällt in einem Atomkern ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Elektronantineutrino ($n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$). Ein radioaktives Tritiumatom ${}^3\text{H}$ wandelt sich durch den Betazerfall in ein ${}^3\text{He}^+$ -Ion um. Die Wellenfunktion des Hüllenelektrons, das sich vor dem Zerfall im Grundzustand befindet, bleibe beim Zerfall ungestört. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit P , dass sich das Hüllenelektron des ${}^3\text{He}^+$ -Ions bei einer Messung im $1s$ -Zustand befindet? In einem wasserstoffähnlichen Atom lautet die Wellenfunktion für ein Elektron im Grundzustand

$$\psi_Z = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-\frac{Zr}{a_0}}$$

Folgendes Integral könnte hilfreich sein

$$\int_0^{\infty} dr r^n e^{-ar} = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

6 Helium

- Skizzieren Sie das Energiespektrum von Helium bis zu den F-Zuständen. Erklären Sie die Nomenklatur der vorkommenden Zustände. Beobachtet man beim Parahelium eine Feinstruktur? Auf welche Spinkopplung kann man deshalb beim Parahelium folgern?
- Welche Hauptquantenzahl hat der niedrigste Energiezustand der beiden Konfigurationen? Warum gibt es keinen 1^3S_1 -Zustand?
- Zeichnen Sie in das Energiespektrum bis zu den F-Zuständen alle möglichen optischen Dipolübergänge ein.

7 Mehrelektronenatome

- Betrachten Sie die Konfiguration $1s^2 2s^2 2p^3 d$ von Kohlenstoff und bestimmen Sie die spektroskopischen Symbole $^{2S+1}L_J$, in die diese durch Coulomb-Abstoßung der Elektronen und Spin-Bahn-Kopplung zerfällt. Welche Dimension hat die Konfiguration?
- Die Grundzustandskonfiguration von zweifach ionisiertem Europium Eu^{2+} ist $[\text{Xe}]4f^7$. Bestimmen Sie gemäß den Hund'schen Regeln das $^{2S+1}L_J$ -Symbol des Grundzustands von Eu^{2+} . In wie viele Zeeman-Komponenten spaltet der Grundzustand auf, wenn man ein schwaches B -Feld anlegt und durch welche Quantenzahl werden die Zeeman-Komponenten charakterisiert?
- Geben Sie die vollständige Liste der spektroskopischen Symbole $^{2S+1}L_J$ an, von denen aus ein elektrischer Dipolübergang in den Grundzustand von Eu^{2+} möglich ist. (Die Paritätsauswahlregel braucht nicht berücksichtigt zu werden.)

8 Lithiummoleküle

Lithium kommt als zwei Isotopen vor, ${}^6\text{Li}$ und ${}^7\text{Li}$, mit jeweils 3 Protonen und 3 bzw. 4 Neutronen. Der Gleichgewichtsabstand r_0 in den Molekülen H^6Li und H^7Li sei gleich groß. Die Frequenz ν entspreche dem Übergang zwischen den Rotationszuständen $j = 1$ und $j = 0$. Experimentell wird zwischen beiden Molekülsorten ein Frequenzunterschied $\Delta\nu$ von $\Delta\nu = \nu(\text{H}^6\text{Li}) - \nu(\text{H}^7\text{Li}) = 1 \cdot 10^{10}$ Hz beobachtet. Die Moleküle sollen als starre Rotatoren betrachtet werden.

- Berechnen Sie den Gleichgewichtsabstand r_0 .
- Berechnen Sie für beide Molekülsorten die Energie des Übergangs von $j = 1$ nach $j = 0$.