1 Potentialentwicklung

Gegeben sei die Multipolentwicklung des Potentials aus dem Skript

$$\Phi(\mathbf{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r} + \frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{x}}{r^3} + \frac{1}{2}\sum_{i,j}\frac{Q_{ij}x_i x_j}{r^5} + \dots\right)$$

(a) Wie viele linear unabhängige Komponenten hat der Quadropoltensor Q_{ij}?
Hinweis: Betrachten Sie Symmetrie und Spur des Tensors.

(b) Gegeben seien 3 Ladungen, $q_1 = q$ bei $\mathbf{x}_1 = (a, 0, 0)$, $q_2 = q$ bei $\mathbf{x}_2 = (-a, 0, 0)$ und $q_3 = -2q$ bei $\mathbf{x}_3 = (0, 0, 0)$.
Berechnen Sie explizit q, $\mathbf{p}$ und Q_{ij} dieser Ladungsverteilung.

2 Spiegelladungen

Gegeben sei eine Punktladung Q am Ort $\mathbf{x}_0$ vom Mittelpunkt einer geerdeten leitenden Kugel mit Radius R ($R < |\mathbf{x}_0|$)

(a) Bestimmen Sie das Potential außerhalb der Kugel mit Hilfe der Methode der Spiegelladungen.
Hinweis: Betrachten Sie eine Spiegelladung $Q_s = aQ$ am Ort $\mathbf{x}_s = b\,\mathbf{x}_0$ und finden Sie die Koeffizienten a und b aus der Randbedingung $\Phi = 0$ auf der Kugeloberfläche.

(b) In der Realität befinden sich die induzierten Ladungen auf der Kugeloberfläche.
Berechnen Sie die induzierte Oberflächenladungsdichte σ.

3 Dipol im elektrischen Feld

Berechnen Sie die potentielle Energie eines Dipols $\mathbf{p}$ am Ort x im elektrischen Feld

(a) einer Punktladung q am Ursprung.

(b) eines Dipols $\mathbf{k}$ am Ursprung.
Hinweis: $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

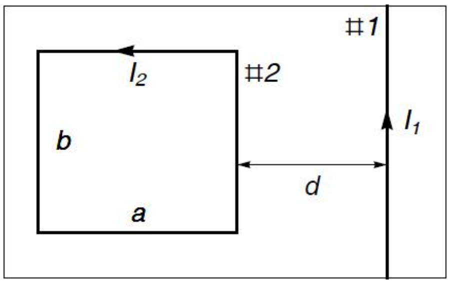
(c) Bestimmen Sie jeweils die Gleichgewichtslagen für festes gegebenes $\mathbf{x}$ und diskutieren Sie deren Stabilität.

4 Punktladung und Dielektrikum

Bestimmen Sie das von einer Punktladung q erzeugte Feld, wobei q sich in einer Entfernung h von einer ebenen Grenzfläche zwischen dem Vakuum und einem dielektrischen Medium mit Dielektrizitätskonstante ϵ befindet. Diskutieren Sie darüber hinaus den Grenzfall $\epsilon \to \infty$.
Hinweis: Verwenden Sie die Methode der Spiegelladungen.

5 Wechselwirkung zwischen Drähten

Ein dünner rechteckiger Draht #2 befinde sich in der skizzierten Weise neben einem dünnen, unendlich langen Draht #1. Die Drähte werden von den Gleichströmen I_1 und I_2 durchflossen. Welche Kraft üben die Drähte aufeinander aus?



6 Leitende Kugel im Magnetfeld

Berechnen Sie das magnetische Dipolmoment einer ideal leitenden Kugel mit Radius R in einem konstanten externen Magnetfeld $\mathbf{B}$.

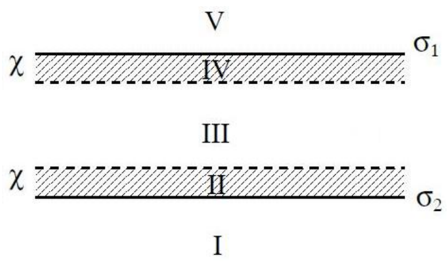
7 Magnetfeld einer rotierenden Kreisscheibe

Eine dünne Kreisscheibe mir Radius R besitze eine homogene Flächenladungsdichte σ. Die Scheibe dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um ihre Symmetrieachse.

(a) Wie lautet die Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{x})$?
(b) Berechnen Sie das Magnetfeld entlang der Symmetrieache.
Hinweis: $\int \frac{x^3}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx = \frac{2a^2+x^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$

8 Dielektrische Platten

Zwei unendlich große, dünne, leitende Platten tragen die konstante Oberflächenladung $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$. In den schraffierten Regionen II und IV befindet sich dielektrisches Material mit konstanter elektrischer Suszeptibilität χ.



Berechnen Sie

(a) die dielektrische Verschiebung **D** in jeder der 5 Regionen.
(b) das elektrische Feld **E** in jeder der 5 Regionen.
(c) die induzierten Polarisationsladungen.

9 Zylinderkondensator mit Medium

Zwei unendlich lange, dünne, leitende, koaxiale zylindrische Flächen mit Radien a, b werden sekrecht in eine dielektrische Flüssigkeit mit konstanter elektrischer Suszeptibilität χ und konstanter Dichte ρ eingeführt. Zwischen den beiden Flächen wird eine konstante Spannung U aufrecht erhalten. Berechnen Sie die Höhe, auf welche die Flüssigkeit zwischen den beiden Flächen steigt, wenn die elektrische Suszeptibilität der Luft und Effekte durch die Oberflächenspannung der Flüssigkeit vernachlässigt werden können.
Hinweis: Die gespeicherte Energie in einem Kondensator bei konstanter Spannung ist $E = \frac{1}{2}CU^2$*, wobei C der Kapazität entspricht.*