1 Welle

a) Die Wellengleichung lautet:

$$\Delta\vec{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

b) Der Betrag des B-Felds lautet:

$$|B| = \frac{|E|}{c}$$

und steht senkrecht sowohl zum E-Feld, als auch zur Ausbreitungsrichtung der Welle

c) Der außerordentliche Strahl wird um 90 Grad phasenverschoben. Somit wird aus der linear eine zirkular-polarisierte Welle

d) Der außerordentliche Strahl wird um 180 Grad zum ordentlichen verschoben. Da dieser bereits um 90 Grad zum linearen Fall verschoben war, wird aus einer links-zirkular polarisierten Welle eine rechts-zirkular-polarisierte.

Bonusfrage: Eine zirkularpolarsierte Welle transportiert noch Drehimpuls, bei Absorption auf eine Ebene übertragen wird.

2 Rote Riesen

(a) Hier nutzen wir das Stefan-Bolzmann-Gesetz

$$I = \sigma T^4 = 4.59 \cdot 10^6 \frac{W}{m^2} \tag{1}$$

(b) Die maximale Wellenlänge finden wir mit Hilfe des Wienschen Verschiebungsgesetzes

$$\lambda_m ax = \frac{0.2898 cm \cdot K}{T} \approx 966 nm \tag{2}$$

Für die maximale Frequenz gilt

$$\nu_m ax = \frac{5.88 \cdot 10^{10} \cdot T}{K} \approx 176.4 THz \tag{3}$$

(c) Es gilt:

$$u_\lambda(\lambda, T) = u_\nu(\frac{c}{\lambda}, T)\left|\frac{d\nu}{d\lambda}\right| \tag{4}$$

unter Verwendung von $u_\nu(\frac{c}{\lambda}, T) = \frac{8\pi h}{c^3}\frac{(\frac{c}{\lambda})^3}{e^{hc/\lambda k_B T}-1}$ und $\left|\frac{\partial\nu}{\partial\lambda}\right| = \left|\frac{c}{\lambda^2}\right|$ erhalten wir dann

$$u_\lambda(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \tag{5}$$

Nun können wir die Intensität berechnen

$$I = \frac{c}{4}u(T) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} u_\lambda(\lambda, T)d\lambda = \int_{400nm}^{700nm} \frac{8\pi hc}{\lambda^5}\frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B 3000K}} - 1}d\lambda \tag{6}$$

Nun nutzen wir folgende Näherung

$$e^{h\nu/k_B T} - 1 \approx e^{h\nu/k_B T} \tag{7}$$

Und dazu substituieren wir

$$x = \frac{hc}{\lambda k_B T} \qquad \Rightarrow \qquad d\lambda = \frac{-hc}{\lambda^2 k_B T}dx \tag{8}$$

Damit wird unser Integral zu

$$I = \frac{-2\pi k_B^4 T^4}{h^3 c^2}\int_{11.99}^{6.85} x^3 e^{-x}dx = \frac{-2\pi k_B^4 T^4}{h^3 c^2}[e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 6)]_{11.98}^{6.85} \approx 0.33 \cdot 10^6 W/m^2 \tag{9}$$

Somit liegt ein Anteil von $\frac{I_s}{I_g} = \frac{0.33}{4.39} = 7.5$ % im sichtbaren Bereich.

(d) Bei blauen Sternen liegt das Maximum der Spektralverteilung im UV Bereich. Das was wir sehen ist nur der Ausläufer. Bei Roten Sternen liegt das Maximum im Infrarotbereich, so dass wir auch hier nur den Ausläufer im Roten sehen können. Liegt allerdings das Maximum im grünen Bereich, so liegt ein Großteil der gesamten Verteilung im sichtbaren Bereich, so dass uns der Stern als weiß erscheint.

3 Mikroskop

a) Da die Bildweite des Objektiv größer ist als dessen Brennweite, entsteht eine reelle Abbildung zwischen Objektiv und Okular. Das Zwischenbild liegt aber innerhalb der Brennweite des Okulars, so dass zum Schluss ein virtuelles Bild entsteht.

Für g_1 gilt:

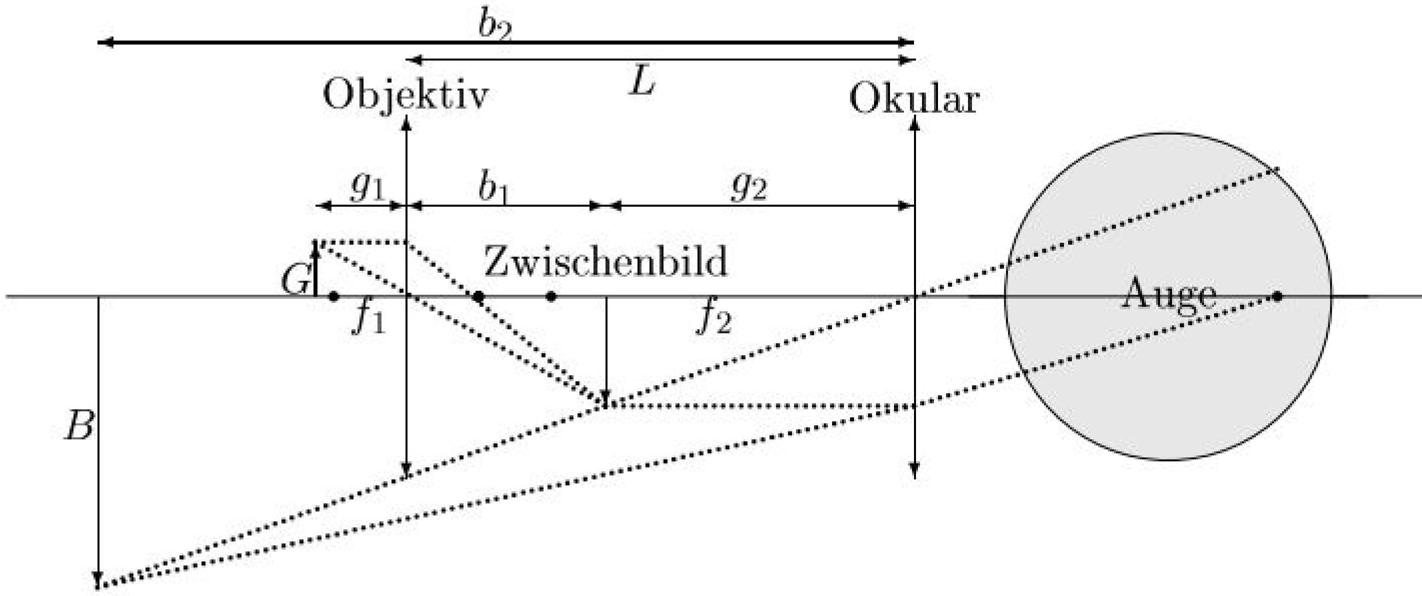
$$g_1 = \frac{b_1 f_1}{b_1 - f_1} = 5,17mm$$

. Beim Okular hingegen gilt:

$$g_2 = \frac{b_2 f_2}{b_2 - f_2} = 18,57mm$$

. Der Abstand zwischen den beiden Linsen entspricht gerade der ersten Bildweite plus der zweiten Gegenstandsweite = 168,57mm. b) Daraus folgt für die Vergrößerung des Objektivs

$$V = -\frac{b_1}{g_1} = -29$$



Und beim Okular circa 14. Die Gesamtvergrößerung beim Mikroskop ist:

$$V_{mik} = V_{obj} \cdot V_{ok} = -406$$

c) Zur Abschätzung des Auflösungsvermögens benutzen wir das Rayleigh-Kriterium:

$$\theta_{min} = \frac{1.22 \cdot \lambda}{D}$$

Hier gilt:

$$tan(\theta_{min}) = \frac{d}{g_1} = tan(\frac{1.22 \cdot \lambda}{D})$$

wobei d die kleinste auflösbare Struktur ist. Mit der Kleinwinkelnäherung folgt:

$$d = \frac{g_1 \cdot 1.22 \cdot \lambda}{D} = 1,73\mu m$$

d) Die kleinste auflösbare Struktur ist also $1,73\mu m$. Diesen Wert setzten wir als B_0 in die Formel für die Tiefenschärfe ein:

$$\Delta g = \frac{B_0 \cdot g^2}{D \cdot f}$$

Hier benötigen wir die Gesamtbrennweite des Mikroskops. Dieses liefert bei einer Gegenstandsweite von 5,17mm eine unendliche Bildweite. Daher gilt aus der Linsengleichung für das gesamte Mikroskop

$$g = f = 5,17mm$$

. Diesen Wert setzten wir in die Tiefenschärfegleichung ein und erhalten für $\Delta g = 0.013mm$

4 Newtonsche Ringe

a) Für den Gangunterschied gilt:

$$\Delta = 2nd + \lambda \tag{10}$$

Der Phasensptrung um λ entsteht wegen der zweimaligen Reflexion am optisch dichteren Medium. Im Zentrum entsteht ein heller Fleck, wegen $\Delta = \lambda$, also positiver Interferenz.

b)Gleichphasige überlagerung findet statt, wenn $\Delta = k \cdot \lambda$ (k ganzzahlig). Daraus folgt

$$d = \frac{(k-1)\lambda}{2n} \tag{11}$$

Näherungsweise gilt $(R-d)^2 + r^2 \approx R^2)$ also $r^2 \approx 2Rd$. Wir erhalten daraus

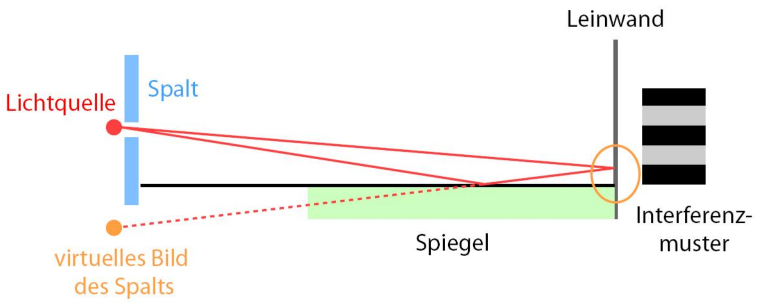
$$r = \sqrt{(k-1)R\lambda/n} \tag{12}$$

r soll nun $\leq$ D/2 sein. Es folgt

$$k \geq \frac{nD^2}{4R\lambda} + 1 \tag{13}$$

Durch einsetzen erhalten wir $k \leq 282.7$. Da zu k=1 der zentrale Fleck gehört, sehen wir also 281 Ringe.

5 Lloydscher Spiegel



]

Abbildung 1: ein Lloydscher Spiegel

Das Licht vom Spalt interferiert mit Licht, das vom Spiegel reflektiert wird. Dieses Licht scheint aus einer Virtuellen Lichtquelle zu stammen. Daher sind beide lichtquellen Kohärent. Bei der Reflexion tritt ein Phasensprung am Spiegel von π auf. Dies führt dazu, dass der erste Interferenzstreifen direkt über dem Spiegel dunkel ist, weil destruktive Interferenz stattfindet, obwohl die Weg der beiden Lichtquellen gleich weit ist. Die Energie Steckt in der Intensitätsverteilung, über die integriert werden muss. Die Punkte mit konstruktiver Interferenz besitzen dafür erhöhte Intensität, die die destruktive Interferenz ausgleicht.

6 Fabry-Perot-Interferometer

(a) Ein Fabry-Perot-Interferometer besteht im allgemeinen aus zwei hochreflektierenden parallelen Spiegeln im Abstand d. Dabei wird eintreffendes Licht sehr oft reflektiert. Das Interferenzmuster entsteht aus der Überlagerung der vielen Teilstrahlen.
(b) Der optische Weg ohne Phasensprünge ist:

$$\Delta s = 2d(\cdot n)$$

Dieser Entspricht einer Phasenverschiebung:

$$\delta = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}$$

(c) Die reflektierte Intensität ist die Summe aller reflektierten Einzelintensitäten:

$$E_r = E_{r1} + E_{r2} + ... =$$
$$= E_0\sqrt{R} + E_0\sqrt{R}(1-R)e^{i\delta} + E_0\sqrt{R}^3(1-R)e^{2i\delta} + E_0\sqrt{R}^5(1-R)e^{3i\delta} + ...$$
$$\rightarrow E_r = E_0\left(\sqrt{R} + \sqrt{R}(1-R)e^{i\delta}(1 + Re^{i\delta} + R^2e^{2i\delta} + ...)\right) =$$
$$= E_0\left(\sqrt{R} + \sqrt{R}(1-R)e^{i\delta}\left(\sum_{k=0}^{\infty}(Re^{i\delta})^k\right)\right)$$

Die Summe ist eine Geometrische Reihe, und kann als solche gelöst werden. Um schließlich auf die Intensität zu kommen, muss die Amplitude quadriert werden. Das entspricht bis auf Konstanten dann der Intensität.
(d) Die einzige Größe, welche am Aufbau variiert werden kann ist der Abstand der beiden Platten d. Damit die transmittierte Intensität maximal wird, muss die Reflektierte Intensität minimal werden. Dass ist genau der Fall, falls:

$$\sin^2(\frac{\delta}{2}) = 0$$

Das tritt ein, falls:

$$\frac{\delta}{2} = \pi\frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{2d\pi}{\lambda}(\cdot n) = m\pi$$
$$\rightarrow d = \frac{m\lambda}{2}(\cdot\frac{1}{n})$$

Für diesen Spiegelabstand ward keine Intensität reflektiert, das heißt, dass 100% transmittiert wird:

$$I_t(d = \frac{m\lambda}{2}) = I_0$$

(e) Damit die reflektierte Welle maximal wird, muss folgende Bedingung gelten:

$$\sin^2(\frac{\delta}{2}) = 1$$

Das tritt ein, falls:

$$\frac{\delta}{2} = \pi\frac{\Delta s}{\lambda} = \frac{2d\pi}{\lambda}(\cdot n) = (m + \frac{1}{2})\pi$$

$$\rightarrow d = \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{2}(\cdot\frac{1}{n})$$

Ist diese Bedingung erfüllt, ist die maximal reflektierte Intensität:

$$I_t = I_0 \cdot \frac{F}{1 + F}$$

Dies ist immer kleiner als I_0. Das heißt dass selbst bei maximaler Reflexion immer noch ein wenig Strahlung transmittiert wird (genau genommen
$I_t = I_0 \cdot \frac{1}{1+F}$) und erreicht niemals Null.