# 1 Beugungsmuster am Gitter

Ein Gitter mit 1000 Spalten, dessen Spaltabstand $d = 4,5\mu m$ und Spaltbreite $b = 3\mu m$ ist, werde von einer kohärenten Lichtquelle mit der Wellenlänge $\lambda = 635nm$ bestrahlt. Bestimmen Sie, bis zu welcher Ordnung man die Interferenzmaxima sehen kann. Gibt es Interferenzmaxima, die man im Interferenzbild nicht als solche erkennt? Wenn ja, warum und treten sie hier auf? Vergleichen sie das Ergebniss mit dem eines Doppelspalts mit gleichen Parametern. Können sie erklären, warum der Unterschied auftritt?
**Lösung:**
Die Bedingung für ein Interferenzmaximum lautet:

$$\sin\theta = \frac{m}{d}\lambda$$

dabei ist der Sinus immer kleiner als 1, woraufhin folgt:

$$1 \geq \frac{m}{d}\lambda \qquad\qquad \rightarrow m \leq \frac{d}{\lambda} = 7,09$$

Daraus folgt, dass die maximal angezeigte Ordnung 7 ist. Damit ein maximum nicht als solches erkannt wird, muss dessen Amplitude sehr gering sein. In anderen Worten: An der Stelle des Interferenzmaximums muss ein Beugungsminimum vorliegen. Die Beugungsminima befinden sich bei:

$$\sin\theta = \frac{n}{b}\lambda$$

$$\rightarrow \frac{n}{b}\lambda = \frac{m}{d}\lambda \qquad\qquad \rightarrow \frac{m}{n} = \frac{b}{d} = \frac{3}{2}$$

das heißt, dass jedes dritte Interferenzmaximum mit jeden zweiten Beugungsminimum zusammenfällt. Daraus folgt, dass das dritte und das sechste Interferenzmaximum in dieser Anordnung keine Intensität besitzen.
Das Beugungsgitter produziert im gegensatz zum Doppelspalt eine viel schärfere Verteilung. Das liegt daran, um so mehr Spalte es gibt, umso näher kommt das erste Interferenzminimum an das Hauptmaximum heran, und umso geringer werden die Amplituden der einzelnen Nebenmaxima.

# 2 Lautsprecher

Zwei im Abstand $d = 2,5m$ voneinander angeordnete Lautsprecher L1 und L2 strahlen phasengleich einen Messton ab, den ein Beobachter im Abstand $l = 3,5m$ wahrnimmt. Wenn sich der Beobachter sich zur Seite bewegt nimmt die Lautstärke ab und erreicht nach $1,55m$ ein Minimum. Welche Frequenz hat der Messton?
**Lösung:**
Analog wie zur Ausbreitung von Licht, kann auch die Frequenz des Schalls mit

seiner Wellenlänge und dessen Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmt werden zu:

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

mit $v \simeq 345 \frac{m}{s}$. Ist man die Strecke zur Seite gegangen, muss die Differenz des Abstandes zu den beiden Lautsprechern gleich $\frac{\lambda}{2}$ sein. In der folgenden Rechnung sei y die Strecke, um die man sich zur Seite bewegt hat. Die Strecke zum ersten Lautsprecher ist:

$$s_1^2 = \left(y - \frac{d}{2}\right)^2 + l^2$$

Die Strecke zum zweiten Lautsprecher ist:

$$s_2^2 = \left(y + \frac{d}{2}\right)^2 + l^2$$

Die Streckendifferenz ist $\Delta s = s_2 - s_1$. Setzt man alle Werte ein, erhält man $\lambda \approx 1.938m$ und damit $f \approx 178Hz$

# 3 Der Rote Punkt am Mond

Mit einem streng parallelen Laserlichtbündel der Wellenlänge $\lambda = 650nm$ aus einem Laser mit einer Blende des Durchmessers $d_0 = 1m$ soll von der Erde aus ein Fleck auf der Mondoberfläche bestrahlt werden. Die Entfernung Erde-Mond beträgt $r = 384000km$. Welchen Durchmesser d hat das bestrahlte Gebiet auf dem Mond?
**Lösung:**
Das Laserlicht tritt aus einer kreisrunden Öffnung aus. Statt eines Lichtpunktes, wie es aus einer geometrischen Abbildung folgen würde, erhält man ein Beugungsscheibchen. Die Begrenzung dieses Scheibchens ist durch den Winkel gegeben, für den die bei der Beugung verwendete Besselfunktion 1. Ordnung ein Minimum hat. Für den ersten Winkel gilt die Beziehung:

$$\sin \alpha_0 = 1,22 \frac{\lambda}{d_0} \approx \alpha_0$$

as heißt, dass trotz des stark polarisierten Lichtstrahls ein kleiner Öffnungswinkel existiert. Der Radius und somit auch der Durchmesser der Fläche am Mond kann über den Tangens bestimmt werden:

$$\tan \alpha_0 = \alpha_0 = \frac{d}{2r}$$

Die beiden Gleichungen miteinander ergeben:

$$d = 2r \cdot 1,22 \frac{\lambda}{d_0} \approx 609m$$

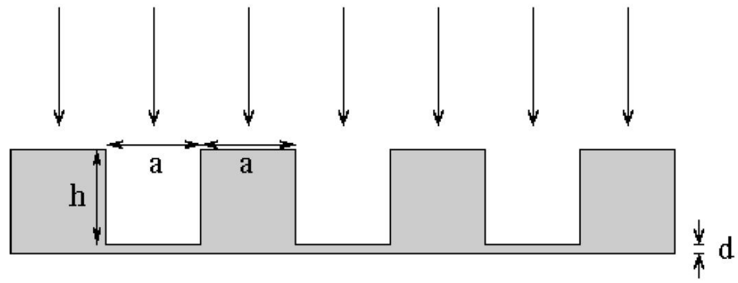


Abbildung 1: Phasengitter

## 4 Phasengitter

Bei einem Phasengitter wird an Stelle der Amplitude die Phase der transmittierten Welle periodisch moduliert. Die in Abbildung 1 abgebildete transparente Struktur stellt ein Phasengitter dar, auf das senkrecht von oben eine ebene elektromagnetische Welle einfällt. Wie groß muss die Tiefe h bei vorgegebenem Brechungsindex n gewählt werden, damit die Intensität des Hauptmaximums erster Ordnung maximal wird (hierbei kann die Dicke d komplett vernachlässigt werden)? Welche Intensität hat das Maximum nullter Ordnung in diesem Fall?
**Lösung:**
Man kann sich das Gitter als Anordnung zweier amplitudenmodulierender Strichgitter denken, die um den halben Gitterabstand (Gitterabstand = 2a) seitlich und um die Höhe h nach hinten versetzt sind. Die Bedingung für maximale Intensität im Hauptmaximum 1.Ordnung ist genau dann gegeben, wenn der Gangunterschied g zwischen zwei benachbarten Strahlen des gleichen Gitters genau eine Wellenlänge $\lambda$ beträgt. Nach dem Strahlensatz muß demnach für den anderen Strahl ein Gangunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ zuzüglich der Höhe h gelten. Maximale Intensität liegt bei konstruktiver Interferenz beider Amplituden vor. Es muß demnach $\Delta s = m\lambda$ gelten. Es folgt:

$$\Delta s = hn - h - a \sin \alpha = m\lambda$$

$$\Delta s = h(n-1) - \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$\rightarrow h = \frac{2m+1}{2(n-1)}\lambda$$

Das Maximum nullter Ordnung ist bei $\alpha = 0$ zu finden, und es ergibt sich somit für den Gangunterschied:

$$\Delta s = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$$

Der Gangunterschied der beiden Strahlen erfüllt demnach genau die Bedingung für destruktive Interferenz. Dies hat zur Folge, dass die Intensität gleich Null ist.

# 5 Reflektierende Oberflächen

Betrachten sie eine Plexiglasplatte mit Brechungsindex $n_{Plexiglas} = 1,49$ unter nahezu senkrechten Lichteinfall.Im folgenden Soll licht der Wellenlänge $\lambda = 528nm$ verwendet werden.
(a) Nun wird eine dünne Öl-schicht mit Brechungsindex $n_{\ddot{O}l} = 1,29$ aufgetragen. Wie dick muss die Schicht sein, dass nahezu die gesamte Intensität transmittiert wird?
(b) Trägt man auf die Platte nun abwechselnd dünne Schichten von zwei verschiedenen Polymeren mit Brechungsindizes $n_1$ und $n_2$ auf. Wie muss man die Dicken den beiden Schichten wählen, dass man maximale Reflexion bekommt?
**Lösung:**
(a) Damit nahezu die gesammte Intensität transmittiert wird, muss der reflektierte Strahl destruktiv interferieren. Die Bedingung, dass das erfüllt wird ist:

$$\Delta s = \frac{\lambda}{2} = 2n_{\ddot{O}l}d$$

Daraus folgt die dicke der Schicht zu:

$$d = \frac{\lambda}{2n_{\ddot{O}l}}$$

(b) Maximale Reflexion bedeutet, dass der Gangunterschied zwischen zwei Teilstrahlen ein Vielfaches von $\lambda$ ist. Da die Brechungsindizes abwechseln, findet bei jeder zweiten Reflexion ein Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$ statt. Für konstruktive Interferenz muss der Zusätzliche Gangunterschied dies wieder kompensieren. So muss der optische Weg durch eine Schicht (hin und zurück) gerade $\frac{\lambda}{2}$ sein.

$$\frac{\lambda}{2} = n_1 d_1 = n_2 d_2$$

# 6 Dickenmessung

Der Durchmesser d von sehr feinen Drähten lässt sich mit Hilfe von Interferenzmustern sehr genau messen. Abbildung 2 zeigt die Messanordnung mit zwei planparallelen Glasplatten ($n_{Glas} = 1,5$) der Länge $l = 20cm$ und dem feinen Draht mit dem Durchmesser d. Die gesammte Anordnung soll sich in Luft Befinden.

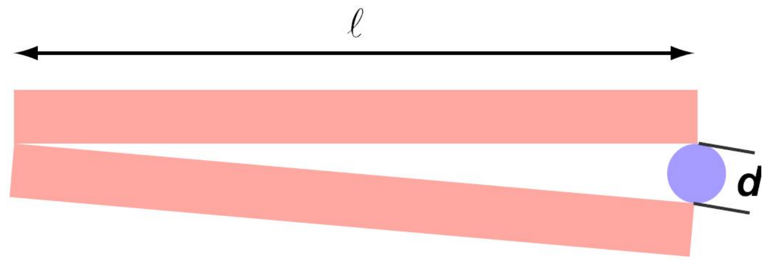


Abbildung 2: Dickenmessungsanordnung

Die Anordnung werde mit dem gleben Licht einer Natriumlampe $\lambda \approx 590nm$ etwa senkrecht von unten beleuchtet. Das vom System reflektierteLicht wird auf einem Schirm aufgefangen. Es lassen sich 19 helle Streifen beobachten. Der 19.Streifen liegt nicht am Ende, es tritt aber kein 20. Streifen auf.
(a) Leiten Sie die Bedingung für konstruktive Interferenz an der Stelle x her. Erläutern Sie das Zustandekommen dieser Formel. Welche Strahlen kommen zur Interferenz?
(b) Geben sie eine untere und obere Grenze der Drahtdicke an.
**Lösung:** (a) Es kommen die Strahlen zur Interferenz, die nach Durchgang durch die erste Platte reflektiert werden und diejenigen, die den Luftspalt durchkreuzen und an der Grenzfläche zur zweiten Platte reflektiert werden. Bei der Reflexion am dichteren Medium tritt ein Phasensprung von $\pi$ auf, was einen zusätzlichen Wegunterschied von $\frac{\lambda}{2}$ bedeutet. Der gesamte Wegunterschied muss ein Vielfaches der Wellenlänge sein. Daraus folgt:

$$2d(x) - \frac{\lambda}{2} = m\lambda \qquad \rightarrow 2d(x) = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

dabei ist $m = 0, 1, 2, ...$ und $d(x)$ ist die Abstandsfunktion des Spalts in abhängigkeit von x.
(b) Für den 19. hellen Streifen ist m=18. An der Stelle des Drahtes mit den größten Wegunterschied von $d(l) = D$ tritt diese Ordnung auf.

$$\rightarrow D = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = 5,46\mu m$$

Das ist die unterste Grenze für die Dicke des Drahtes. Die Obere lässt sich bleiten aus der Tatsache, dass das 20. Maximum gerade nicht mehr sichtbar ist. daraus folgt eine Ordnung von 19, woraus sich die Dicke zu $D_{max} = 5,75\mu m$.

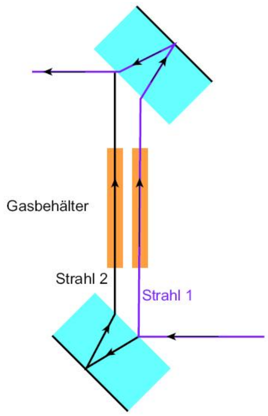


Abbildung 3: Jamin Interferometer

# 7 Jamin Interferometer

Sogenannte JaminInterferometer wie in Abbildung 3 zu sehen werden als Interferenzrefraktometer zur Bestimmung von Brechzahlunterschieden von Gasen und Flüssigkeiten verwendet. Die Interferenz entsteht durch Aufspaltung und Wiedervereinigung eines Strahls mittels zweier planparalleler Platten gleicher Dicke, die einseitig verspiegelt sind. Die Beleuchtung erfolgt durch eine ausgedehnte Lichtquelle. (a) Diskutieren Sie die Intensitäten der Teilstrahlen.
(b) Die zwei identischen durchsichtigen Gasbehälter werden mit Argon gefüllt. Die Behälter sind $25cm$ lang und Argon hat für das verwendete Natriumlicht einen Brechungsindex $n = 1,000281$. Luft ohne Argon hat einen Brechungsindex von $n = 1,000277$. Die Interferenzen werden am Ende des Strahlenganges beobachtet. Wieviele Maxima zählen Sie im Zentrum, wenn man eine der Kammern abpumpt?
(a) Ein Teil des ankommenden Strahls wird reflektiert (Strahl 1). Er hat eine deutlich niedrigere Intensität als der transmittierte Strahl (Strahl 2). Letzterer wird an der verspiegelten Seite vollständig reflektiert und, aufgrund des kleinen Einfallswinkels, geht auch beim Verlassen der linken Platte nur wenig Intensität verloren. An der oberen Platte sind die Verhältnisse umgekehrt. Jetzt verliert Strahl 2 bei der Refklexion an Intensität und Strahl 1 erhält den größten Teil seiner Intensität. Damit haben die sich überlagernden Teilstrahlen nahezu gleiche Intensität.
(b) Die Gangdifferenz ist die Differenz der optischen Wege zwischen gefüllter und abgepumpter Kammer. Im abgepumpten Zustand ist der Brechungsindex

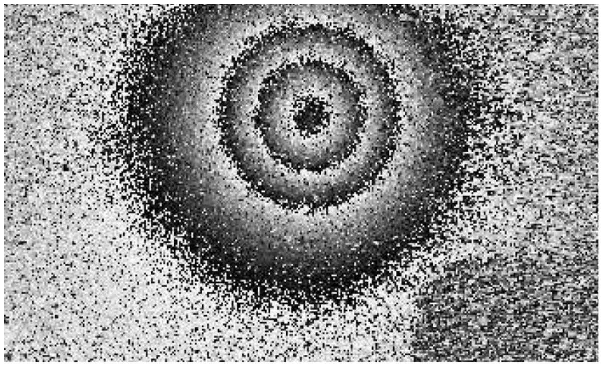

Abbildung 4: Interferenzmuster am Stahlblock

gleich 1. Die Differenz ergibt sich also zu:

$$(n-1)L = (1,000281-1)\cdot 0,25m = 70,25\mu m$$

Zwischen zwei Maxima muss sich der optische Weg um eine Wellenlänge ändern. Also ist die Zahl der Maxima, die beim Abpumpen entstehen:

$$m = \frac{70,25\mu m}{589nm} = 119,3$$

# 8 Oberflächenuntersuchung

Bei einen Michelson Interferometer wird ein Spiegel durch einen Stahlblock mit glatter Oberfläche ersetzt. Danach wird eine Schraube in die andere Seite des Stahlblocks mit viel Kraft gedreht. Danach wird das Interferenzmuster mit einen Laser der Wellenlänge $\lambda = 632,8nm$ aufgenommen. Das gemessene Interferenzbild ist in Abbildung 4 zu sehen. Schließen Sie daraus auf die Verformung des Stahlblocks zurück.
**Lösung:**
Auf dem Schirm sind drei helle und vier dunkle Ringe zu erkennen. Der Untergrund wird wie ein weiteres Maximum beleuchtet. Daraus folgt, dass der Wegunterschied 3,5 mal der Wellenlänge des Lichts entspricht. Da sich der Wegunterschied aus hin- und rück-richtung des Strahlengangs zusammensetzt, folgt die Verformung zu:

$$\Delta h = \frac{3,5\cdot\lambda}{2} \approx 1,1\mu m$$

Anmerkung: Dieses Verfahren ist so Durchgeführt relativ ungenau. In der Praxis wird das Interferenzmuster mit einer Kamera aufgenommen und die verschiedenen Graustufen mit dem Computer erfasst, um eine bessere Genauigkeit zu erhalten.

# 9 Doppelbrechung an Kalkspat

Licht der Wellenlänge $\lambda = 589,3nm$ in Luft treffe so auf eine Scheibe Kalkspat, dass der ordentliche und außerordentliche Strahl sich in die gleiche Richtung ausbreiten. Wann ist dass der Fall? Wie groß ist die Phasendifferenz $\Delta\varphi$ der beiden Strahlen nach dem Durchlaufen der Schicht der Dicke $d = 2\lambda$, wenn der Brechungsindex für den ordentlichen $n_o = 1,65836$ und für den außerordentlichen $n_{ao} = 1,48641$ ist?
**Lösung:** Wenn Licht senktrecht auf die Oberfläche eines doppelbrechenden Kristalls trifft und dabei gleichzeitig senkrecht zur optischen Achse den Systems steht, dann breiten sich der ordentliche und außerordentliche Strahl in der gleichen Richtung, aber mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aus. Deswegen entsteht eine Phasendifferenz. Die Wellenlängen der beiden Strahlen ergeben sich zu:

$$\lambda_o = \frac{\lambda}{n_o} \qquad \lambda_{ao} = \frac{\lambda}{n_{ao}}$$

Die Anzahl der Wellenlängen im Kristal ist gegeben durch:

$$N_o = \frac{d}{\lambda_o} \qquad N_{ao} = \frac{d}{\lambda_{ao}}$$

Auf die Phasendifferenz umgerechnet ergibt sich:

$$\Delta\varphi = 2\pi(N_o - N_{ao}) = 2\pi(n_o - n_{ao})\frac{d}{\lambda} \approx 2,16$$