Ferienkurs Experimentalphysik 3

Musterlösung Montag

14. März 2011

1 Maxwell

Wir bilden die Rotation der Magnetischen Wirbelbleichung mit $j = 0$:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = +\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial(\vec{\nabla} \times \vec{E})}{\partial t}$$

und verwenden wieder die Vektoridenditäet aus der Vorlesung:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{B}) - \Delta\vec{B}$$

in der wir $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ einsetzten und erhalten:

$$-\Delta\vec{B} = +\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial(\vec{\nabla} \times \vec{E})}{\partial t}$$

Nun setzen wir die Maxwellgleichung für die Wirbel elektrischer Felder ein und erhalten die Wellengleichung:

$$-\Delta\vec{B} = +\mu\mu_0\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t})}{\partial t}$$

$$\Delta\vec{B} = \mu\mu_0\epsilon\epsilon_0 \frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

Da die Wellengleichung für B-Felder genau die gleiche Form wie die für E-Felder hat, stimmen auch deren Lösungen überein. Somit haben die E- und B-Felder einer EM Welle stehts die gleiche Phase und Frequenz (sofern die Annahmen $\rho = \vec{j} = 0$ gültig sind)

2 Sonnensegel

a)
Wir nutzen

$$\omega = \frac{c\epsilon_0 \cdot E_0^2}{2}$$

und lösen nach E_0 auf:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\omega}{c\epsilon_0}}$$

einsetzen der Zahlenwerte ergibt$E_0 = 989V/m$

Für das B-Feld folgt über $B = E/c$ das $B_0 = 3,23 \cdot 10^{-6}T$

b)
Der Strahlungsdruck ist:
$I/c = 4,3 \cdot 10^{-6}N/m^2$

c)
Unter einen Winkel von 30° beträgt der Druck noch
$(4,3 \cdot 10^{-6}N/m^2) \cdot sin(30°) = 2,15 \cdot 10^{-6}N/m^2$ Die Gewichtskraft der Raumsonde beträgt $1000kg \cdot 9,81m/s^2 = 9810N$. Also ist die minimale Größe des Sonnensegels gleich:

$$\frac{9810N}{4,3 \cdot 10^{-6}N/m^2} = 4562km^2$$

3 Lichtgeschwindigkeit

a)
In der Zeit in der sich das Zahnrad um einen Zahn weiterdreht, muss das Licht zweimal die Distanz zum Spiegel zurück gelegt haben. Also ist die Frequenz der Zähne ist bei N Zähnen:

$$f = \frac{c}{2dN}$$

b) Mit N=720, d=8,6km und f=24Hz können wir c berechnen:

$$c = 2dfN = 297216000m/s$$

4 Polarisation

(a) Licht der Intensität $100\frac{W}{m^2}$ aus einer Halogenlampe falle auf einen idealen Linearpolarisator mit senkrechter Durchlassrichtung. Wie groß ist die Intensität bei Austritt? Hinter den ersten Polarisator schaltet man nun einen weiteren Linearpolarisator mit horizontaler Durchlassrichtung. Wie groß ist die Intensität nach dem zweiten Polarisator? Zum Schluss bringt man noch einen dritten Linearpolarisator zwischen die beiden ersten. Seine Durchlassrichtung ist um 45° gedreht. Wie groß ist nun die Intensität nach allen drei Polarisatoren? Erklären Sie das auftretende Paradoxon!

(b) Wir leiten einen Lichtstrahl durch zwei gekreuzte perfekte Polarisationsfilter, zwischen denen sich ein dritter, ebenfalls perfekter Polarisationsfilter befindet, der mit der Kreisfrequenz *omega* rotiert. Zeigen Sie, dass der transmittierte Lichtstrahl mit der Frequenz 4ω moduliert ist. Wie verhalten sich Amplitude und Mittelwert der transmittierten zur einfallenden Flussdichte?
Lösung: (a) Nach Durchgang durch eine Folie bleibt die Hälfte der Intensität über, denn Licht kann ja immer in zwei senkrechte Komponenten aufgespalten werden. Also:

$$I_1 = 50\frac{W}{m^2}$$

. Dann hat man eine gekreuzte Anordnung: Es kommt gar keine Intensität mehr durch: $I = 0$. Alle horizontalen Komponenten hat man ja ausgefiltert. Führt man aber einen dritten Polarisator (im Winkel von 45° hier) ein, erhält man wieder Intensität. Nach den ersten Filter ist die Intensität nur noch die Hälfte der eingestrahlten Intensität. Nach den zweiten Filter ist noch

$$I_2 = \frac{I_0}{2} \cdot \cos^2 45° = \frac{I_0}{4}$$

der eingestrahlten Intensität übrig. Das Gleiche gilt auch fÃ$\frac{1}{4}$r den dritten Filter:

$$I_3 = \frac{I_0}{8} = 12,5\frac{W}{m^2}$$

Dies erscheint paradox. Wieso kommt wieder Intensität durch, wenn man in eine Anordnung, die nichts durchlässt, noch einen weiteren Filter hinein stellt? Nun, die schwingenden Elektronen im zweiten Filter erzeugen wieder eine Komponente in der horizontalen Achse. Das linear polarisierte Licht dieses Filters lässt sich eben wieder in zwei senkrechte Komponenten zerlegen, die nun eben wieder eine geeignete Komponente erhalten. Diese Komponente wird also durch den Filter und den in ihm angeregten Schwingungen wieder erzeugt. (b) Der einfallende Lichtstrahl ist natürliches Licht und somit unpolarisiert. Daher erhält man sofort, dass $I_1 = \frac{I_0}{2}$ ist. Weiterhin wird $I_2 = I_1 \cdot \cos^2 \omega t$ und $I_3 = I_2 \cdot \cos^2 (90° - \omega t)$ sein. Wir wissen, dass $\cos^2 (90° - \omega t) = \sin^2 \omega t$ ist. Setzt man alles ein, so ergibt sich:

$$I_3 = \frac{I_0}{2} \cos^2 \omega t \sin^2 \omega t = \frac{I_0}{8} \sin^2 2\omega t = \frac{I_0}{16}(1 - \cos 4\omega t)$$

Das ist gerade die gesuchte Frequenz $4\omega t$. Anschaulich gedeutet bekommt man viermal pro Umdrehung gekreuzte Polarisatoren, also keine Intensität:

$$I_{3,min} = 0 \qquad I_{3,max} = \frac{i_0}{8}$$

Für den Mittelwert ergibt sich:

$$\overline{I_3} = \frac{I_0}{16}$$

5 Reflexion, Polarisation

(a) Ein Taucher befindet sich in einer Tiefe von 10m unter dem Wasserspiegel und schaut nach oben. Wie groß ist die Meeresoberfläche, durch die hindurch er Objekte außerhalb des Wassers sehen kann?
(b) Unter welchem Winkel muss man unpolarisiertes Licht in Luft auf eine Glasplatte (Kronglas, SK1) einfallen lassen, damit der reflektierte Anteil vollständig linear polarisiert ist? Wie ist der Vektor der elektrischen Feldstärke der reflektierten Lichtwelle dann orientiert?

Lösung: (a)Zuerst berechnet man den Grenzwinkel der Totalreflexion:

$$\sin\theta_t = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1,33} = 0,752 \qquad \rightarrow \theta_t \approx 48,8^\circ$$

Daraufhin wird der Radius der Runden Wasseroberfläche berechnet, durch den der Taucher hindurch sehen kann:

$$\tan\theta_t = \frac{r}{10m} \rightarrow r = 10m \cdot \tan\theta_t \approx 11,40m \rightarrow A = \pi r^2 \approx 409m^2$$

(b)Das einfallende Licht ist nicht polarisiert. Damit das reflektierte Licht polarisiert ist, muss es im Brewster-Winkel reflektiert werden:

$$\tan\varphi_b = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,61}{1} \qquad \rightarrow \varphi_b = 58,15^\circ$$

Unter dem Brewster-Winkel wird kein parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht reflektiert. Folglich ist das Licht bzw. der elektrische Feldvektor senkrecht zur Einfallsebene polarisiert.

6 Quader in Äthylalkohol

Ein Lichtstrahl treffe aus Luft auf einen Plexiglasquader, der fast vollständig in Äthylalkohol eingetaucht ist(vgl. Abb.**??**).
(a) Berechnen Sie den Winkel θ, für den sich am Punkt P Totalreflexion ergibt.
(b) Wenn der Äthylalkohol entfernt wird, ergibt sich dann auch mit dem in (a) berechneten Winkel θ am Punkt P Totalreflexion? Warum?
Lösung: (a) Damit am Punkt P Totalreflexion stattfindet, muss folgende Gleichung erfüllt sein:

$$\sin\theta_2 = \frac{n_{Äthylalkohol}}{n_{Plexiglas}} \qquad \rightarrow \theta_2 = 65,89^\circ$$

Aus der Dreieckssumme folgt:

$$\theta_1 = 90\circ - \theta_2 = 24,11^\circ$$

mit Snellius ergibt sich dann der Einfallswinkel θ:

$$\sin\theta = n_{Plexiglas}\sin\theta_1 \qquad \rightarrow \theta \approx 37,5^\circ$$

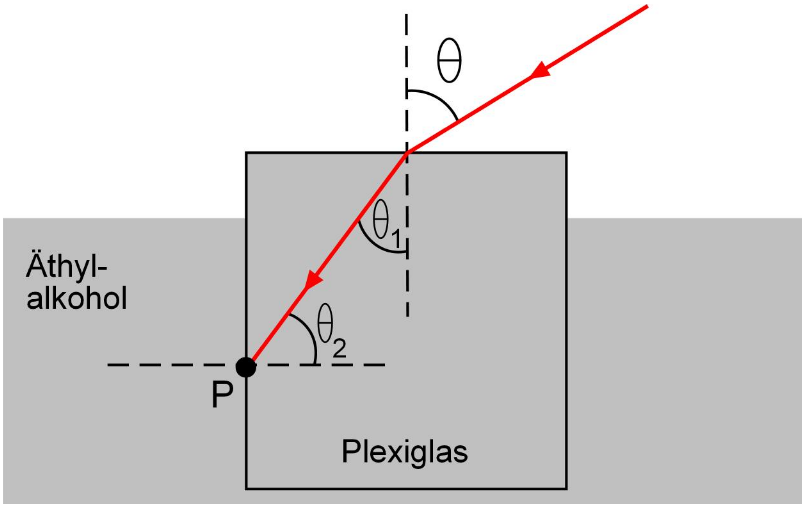

Abbildung 1: Plexiglasquader in Äthylalkohol

(b) Der kritische Winkel, ab den an der Grenzfläche Plexiglas-Äthylalkohol Totalreflexion stattfindet wurde in Aufgebenteil (a) bereits bestimmt. Der kritische Winkel für den Übergang von Plexiglas zu Luft berechnet sich zu:

$$\sin\theta_t = \frac{1}{n_{Plexiglas}} \qquad \rightarrow \theta_t = 42,2°$$

Da der kritische Winkel für die Totalreflexion von Luft zu Plexiglas kleiner ist als der von Äthylalkohol, findet auch weiterhin Totalreflexion statt.

7 Totalreflexion an Diäthylätherfilm

Untersuchen Sie, wie ein dünner Diäthylätherfilm auf einer Plexiglasfläche den kritischen Winkel der Totalreflexion beeinflusst. Beantworten Sie dazu folgende Fragen:
(a) Betrachten Sie zunächst die Situation ohne Diäthylätherfilm. Wie groß ist der kritische Winkel der Totalreflexionθ_t für die Plexiglas-Luft-Grenzfläche?
(b) Nun befinde sich ein dünner Diäthylätherfilm direkt auf dem Plexiglas. Wie groß ist der kritische Winkel der Totalreflexion θ_t für die Plexiglas-Diäthyläther-Grenzfäche?
(c) Gibt es einen Bereich von Einfallswinkeln, die größer sind als der in (a) bestimmte kritische Winkel der Totalreflexion θ_t für die Plexiglas-Luft-Grenzfläche, unter denen Licht aus dem Plexiglas in den Diäthyläther-Film und anschließend in die Luft austreten kann?
Lösung: (a) Der Winkel für Totalreflexion ist:

$$\sin\theta_t = \frac{n_{Luft}}{n_{Plexiglas}} \qquad \rightarrow \theta_t = 42,2°$$

(b) Der Winkel für Totalreflexion von Plexiglas zu Diäthyläther ist:

$$\sin\theta_t = \frac{n_{Diäthyläther}}{n_{Plexiglas}} \qquad \rightarrow \theta_t = 65,0°$$

(c) Der Winkel zur Totalreflexion von "Diäthyläther zur Luft berechnet sich zu:

$$\sin\theta_t = \frac{n_{Luft}}{n_{Diäthyläther}} \qquad \rightarrow \theta_t = 47,8°$$

dies entspricht auch dem Austritswinkel in den Diäthyläther aus dem Plexiglas. Der Daraus resultierende Winkel, den der Strahl im Plexiglas nimmt ist mit Snellius:

$$\sin\theta_{C,Plexiglas} = \frac{n_{Diäthyläther}}{n_{Plexiglas}}\sin 47,8° \qquad \rightarrow \theta_{C,Plexiglas} = 42,2°$$

Darauf folgt, da der Winkel, ab dem totalreflektiert wird, von (a) und (c) identisch ist, dass es keinen Bereich von Einfallswinkeln gibt, der größer ist als der in (a) bestimmte Grenzwinkel.