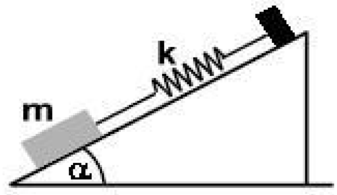
Ferienkurs Experimentalphysik 1
2011

Übung 4

1. Feder auf schiefer Ebene (**)

Auf einer schiefen Ebene mit Neigungswinkel $\alpha = 20°$ befindet sich ein Körper der Masse $m = 1$ kg. An dem Körper ist ein masseloser starrer Draht befestigt, der den Körper mit einer Feder der Federkonstanten D verbindet, die ihrerseits an der Spitze der schiefen Ebene befestigt ist.



a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Systems auf und lösen Sie diese für die Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$. Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.

b) Welche Federstärke D muss die Feder besitzen, damit die Masse mit einer Frequenz $\nu = 10$ Hz schwingt?

c) Welchen Einfluss hat der Neigungswinkel α auf das System?

2. Gedämpftes Masse-Feder Pendel (*)

Betrachten Sie ein gedämpftes Masse-Feder Pendel, dass der Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} + r\dot{x} + sx = 0$$

genügt, wobei m die Masse sei, r die Dämpfungskonstante und s die Federkonstante. Für $s = r^2/(4m)$ ist die allgemeine Lösung gegeben als

$$x(t) = (C + Dt)\mathrm{e}^{-pt},$$

wobei C und D Konstanten sind.

a) Bestimmen Sie p.

b) Ein Eisenbahnpuffer am Ende des Gleises in einem Kopfbahnhof verhalte sich wie ein solches gedämpftes Masse-Feder Pendel aus Aufgabe a). Die Federkonstante sei gegeben als $s = 11.25$ kN/m und Dämpfungskonstante als $r = 30 \cdot 10^3$ kg/s. Ein Eisenbahnwagon der Masse $m = 20 \cdot 10^3$ kg kollidiere mit diesem Puffer mit einer Geschwindigkeit $v_0 = 1$ m/s. Überlegen Sie sich die Anfangsbedingungen und bestimmen Sie daraus die Konstanten C und D. Zeigen Sie, dass dieses System kritisch gedämpft ist. Wie weit wird der Puffer maximal zusammengedrückt?

Welche Geschwindigkeit besitzt der Wagen nachdem er vom Puffer zurückgestoßen wurde?

3. Palme im Wind (**)

Eine hohe Palme mit einer 1 Tonne schweren, kompakten Krone bewegt sich im Wind. Für ein Paar Minuten übt ein konstanter Wind eine horizontale Kraft von 1000 N auf die Krone aus. Diese wird dadurch um 4 m zur Seite ausgelenkt. Bei plötzlich eintretender Windstille führt die Krone eine gedämpfte harmonische Schwingung aus. Dabei ist die Maximalamplitude der ersten Schwingung 4 m, die der zweiten 3 m und die der dritten 2.25 m.

a) Bestimmen Sie die Dämpfungskonstante der Schwingung.

b) Welchen Wert hat die Kreisfrequenz der Schwingung?

4. Schwingung mit resonantem Antrieb (**)

Die ungedämpfte harmonische Schwingung mit resonantem Antrieb ($\omega_0 = \Omega$)

$$\ddot{x}(t) + \Omega^2 x(t) = f_0 \cos(\Omega t)$$

besitzt die partikuläre Lösung

$$x_\mathrm{p}(t) = \frac{f_0}{2\Omega} t \sin(\Omega t).$$

a) Zeigen Sie, dass $x_\mathrm{p}(t)$ die Schwingungsgleichung löst.

b) Berechnen Sie für diese Lösung die Oszillator-Energie. Diese Energie enthält einen anwachsenden und einen oszillierenden Anteil. Zeigen Sie, dass die Energie quadratisch mit der Zeit anwächst, wenn man die oszillierenden Anteile über eine Periode mittelt.

c) Wie lautet die allgemeine Lösung der Schwingungsgleichung? Konstruieren Sie eine spezielle Lösung für die Anfangsbedingung $x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$.

5. Baufahrzeug (***)

Beim Anfahren eines Baufahrzeugs führt der Fußboden des Cockpits vertikale Schwingungen mit zunehmender Frequenz aus. Für ein Messgerät mit Masse $m = 100$ g, das hohe Schwingungsfrequenzen nicht verträgt, beträgt die kritische Kreisfrequenz 200 Hz. Das Gerät ist federnd und gedämpft gelagert, wobei die Feder so ausgewählt ist, dass die Eigenkreisfrequenz ω_0 für Messgerät und Feder 10% von ω_krit beträgt.

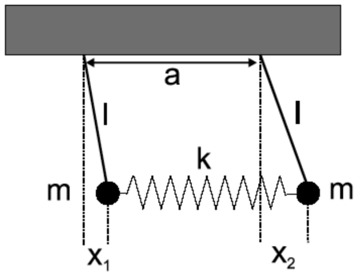
a) Wie groß ist die Federkonstante k der Aufhängung des Messinstruments?

b) Welchen Wert muss die Abklingkonstante γ haben, damit die Schwingungsamplitude A_m des Messgerätes bei ω_0 gerade so groß wie die Amplitude ξ_m der Erregerschwingung ist?

c) Bei welcher Kreisfrequenz Ω_m ist das Amplitudenverhältnis $A_\mathrm{m}/\xi_\mathrm{m}$ am größten, wenn die Abklingkonstante γ den in b) berechneten Wert hat?

d) Welchen Wert hat $A_\mathrm{m}/\xi_\mathrm{m}$ bei Ω_m und bei ω_krit?

6. Gekoppelte Fadenpendel (**)



Zwei Fadenpendel der Länge l (Massen m) sind durch eine Feder (Federkonstante k) so miteinander verbunden (siehe Skizze), dass die Feder im ruhenden System nicht ausgelenkt ist.

a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen der beiden Pendel. Vernachlässigen Sie hierbei die Reibung.

b) Bestimmen Sie die Kreisfrequenzen der beiden möglichen Normalschwingungen, d.h. der gleichphasigen Schwingung, $x_1(t) = x_2(t)$, sowie der gegenphasigen Schwingung, $x_1(t) = -x_2(t)$.

c) Für eine sehr schwache Kopplung ($k \ll mg/l$) ergeben sich aus der Überlagerung der beiden Normalschwingungen Schwebungen. Berechnen Sie für diesen Fall die Schwebungskreisfrequenz.

Hinweise: $\cos x + \cos y = 2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$, $\cos x - \cos y = -2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$ und $(1+x)^n \simeq 1 + nx$ für $|x| \ll 1$.

7. Zeitdilatation (*)

Myonen sind Elementarteilchen, welche im Mittel nach $\tau = 2.2$ µs zerfallen. In einem Teilchenbeschleuniger der Länge 3 km hat man Myonen auf fast Lichtgeschwindigkeit beschleunigt.

a) Wenn man klassisch rechnet, welche Strecke legt ein Myon im Mittel während seiner Lebenszeit zurück?

b) Nun möchte man den Myonenstrahl aber gerne über möglichst die gesamte Länge des Beschleunigers schicken, und in der Tat kann man das auch. Erklären Sie diesen Sachverhalt. Welche Strecke kann ein Myon im Mittel zurücklegen, wenn seine Geschwindigkeit 99% der Lichtgeschwindigkeit beträgt?

c) In seinem eigenen Bezugssystem lebt das Myon jedoch nur 2.2 µs. Warum muss das Myon jetzt nicht schneller als die Lichtgeschwindigkeit fliegen?

8. Zeitlich und örtlich getrennte Ereignisse (**)

Zeigen sie mit Hilfe der Lorentz-Transformation:

a) Die zeitliche Reihenfolge von zwei raumartig getrennten Ereignissen (t_1, x_1), (t_2, x_2) hängt vom Bezugssystem ab. Es gibt insbesondere ein Bezugssystem, in dem sie gleichzeitig sind.

b) Die zeitliche Reihenfolge von zeitartig getrennten Ereignissen hängt nicht vom Bezugssystem ab. Es gibt ein Bezugssystem, in welchem sie am gleichen Ort stattfinden.

Hinweis: Verwenden sie $|v| < c$.

9. Anruf von Erde (***)

Zum Zeitpunkt $t = 0$ startet von der Erde (Bezugssystem S, Ort $x = 0$) ein Raumschiff (Bezugssystem S', Ort $x' = 0$) mit der der Geschwindigkeit v in x-Richtung. Die Erde funkt zum Zeitpunkt $\tau = 1$ d die Nachricht 'Alles klar?'. Das Raumschiff hat einen Empfänger für dieses Signal dabei.

a) Zeigen Sie: Wenn der Funkspruch empfangen wird, hat das Raumschiff bezüglich S den Ort $x = \frac{v\tau}{1-v/c}$ und die Uhr von S zeigt die Zeit $t = \frac{\tau}{1-v/c}$.

b) Benutzen Sie das Ergebnis von a) um die Ankunftszeit des Funkspruches bezüglich S' zu berechnen.

10. Erde, Rakete, Meteor (*)

Die Erde, eine bemannte Rakete und ein Meteor bewegen sich zufällig in die gleiche Richtung. An der Erde fliegt die Rakete mit einer von der Erde beobachteten Geschwindigkeit von $v_{\mathrm{E,R}} = \frac{3}{4}c$ vorbei. An der Rakete fliegt der Meteor mit einer von der Raketenmannschaft beobachteten Geschwindigkeit von $v_{\mathrm{R,M}} = \frac{1}{2}c$ vorbei.

a) Welche Geschwindigkeit hat der Meteor von der Erde aus beobachtet?

b) Zeichnen Sie ein Minkowski-Diagramm für diese Situation aus der Sicht der Raketenbesatzung.