Reihen
Übung

Marcus Jung

15.03.2011

Inhaltsverzeichnis

1 Reihen

1.1 Aufgabe 1:

Welche der folgenen Aussagen über Reihen sind korrekt?
a) Ist eine Reihe konvergent, so ist sie auch absolut konvergent.
b) Der Wert einer Reihe ändert sich nicht, wenn man endlich viele Summanden abändert.
c) Wenn $\sum_{k=0}^{n} a_k$ konvergiert, dann ist (a_k) eine Cauchyfolge.
d)Wenn (a_k) Cauchyfolge, dann konvergiert $\sum_{k=0}^{n} a_k$.
e) Wenn (a_k) Nullfolge, dann konvergiert $\sum_{k=0}^{n} a_k$.

1.2 Aufgabe 2:

Geben Sie Beispiel an für:
a) Eine beschränkte Folge, die nicht konvergiert.
b) Eine konvergente Reihe, die nicht absolut konvergiert.
c) Eine Reihe, die konvergiert, aber nicht das Quotientenkriterium erfüllt.

1.3 Aufgabe 3:

Untersuchen Sie folgende Reihen auf (absolute) Konvergenz:
a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{n-1}}$
b) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{sin(\sqrt{n})}{n^{\frac{5}{2}}}$
c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4n^2-3}$
d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$
e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n n^2}$
f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n-1}}$

1.4 Aufgabe 4:

Zeigen Sie, dass die Reihe
$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$
konvergiert und berechnen Sie den Grenzwert.

1.5 Aufgabe 5:

Bestimmen Sie die Werte der folgenden Reihen:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n!}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n+1)(3n-2)}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{n/2}2^{1-n}$

1.6 Aufgabe 6:

Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}x^n}{n}$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{5n+1}}{1+2^n}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{n}$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(2+(-1)^n)^n}{n} x^n$

1.7 Aufgabe 7:

Beweisen Sie mithilfe des Cauchy-Produkts:
$exp(z)exp(w) = exp(z + w)$