Ferienkurs *Theoretische Mechanik* Sommer 2010

Probeklausur

1 Fragen

1. Kann man die Bewegungsgleichung des gedämpften Oszillators

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

mit Auslenkung $x(t)$, Dämpfungskonstanten λ und Frequenz ω_0 als Lagragegleichung zweiter Art aus $L = T - V$ ableiten? Begründen Sie kurz.

2. In einem Auto, das mit konstanter Geschwindigkeit fährt, hängt ein Heliumballon unter der Decke. Wie verhält sich der Heliumballon bei einer plötzlichen Bremsung?

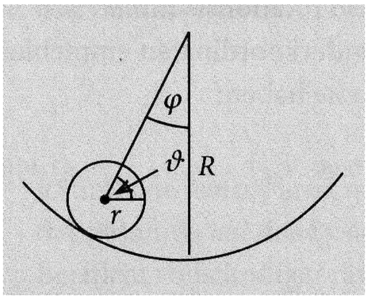
3. Ein hohler Würfel steht fest auf einer horizontalen Tischplatte. In dem Würfel bewegt sich ein Massenpunkt, der an den Wänden elastisch reflektiert wird. Nennen Sie drei unabhängige Erhaltungsgrößen.

4. Was ist eine zyklische Koordinate?

5. Wie schafft es eine Schlittschuhläuferin in einer Pirouette, sich immer schneller zu drehen?

2 Zylinder auf Zylindermantel

Auf der Innenfläche eines Zylindermantels (Radius R) rolle ein Zylinder (Radius r, Massendichte ρ=const).



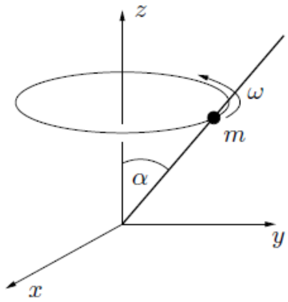
1. Wie lautet die Lagrangefunktion des Systems?

2. Formulieren Sie die Lagrangeschen Bewegungsgleichungen.

3. Lösen Sie die Bewegungsgleichung für kleine Ausschläge φ

3 Perle

Betrachten Sie einen geraden (masselosen, unendlichen) Draht, der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse rotiert und mit dieser einen konstanten Winkel α bildet. Auf dem Draht gleitet reibungsfrei eine Perle mit Masse m, auf die die Gewichtskraft in negativer z-Richtung wirkt.



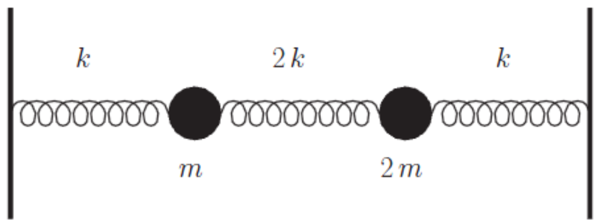
1. Geben Sie die Zwangsbedingungen an.
2. Stellen Sie eine Lagrange-Funktion für die Perle auf und geben Sie die entsprechende Lagrange-Gleichung zweiter Art an. Lösen Sie diese für $r(t) \geq 0$ mit den Anfangsbedingungen $r(0) = r_0$ und $\dot{r_0}(0) = v_0$.
3. Bestimmen Sie eine Hamilton-Funktion der Perle. Ist die Hamilton-Funktion gleich der Gesamtenergie E? Ist die Hamilton-Funktion erhalten?

4 Kugelschale

Betrachten Sie eine homogene Kugelschale mit Massendichte ρ, innerem Radius r und äußerem Radius R. Berechnen Sie die Hauptträgheitsmomente der Kugelschale bezüglich eines körperfesten Bezugssystems mit Ursprung im Mittelpunkt der Kugelschale.

5 Gekoppelte Massen

Betrachten Sie zwei Massenpunkte mit Massen m und 2m, die jeweils mit einer Feder der Federkonstanten k an einer Wand befestigt sind und mit einer Feder der Federkonstanten 2k miteinander verbunden sind.



1. Stellen Sie eine Lagrange-Funktion für die Bewegung der Massenpunkte auf.
2. Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen der Schwingungen des Systems sowie die zugehörigen Eigenvektoren.